Prof. Antonio Domingues dos Santos

adsantos@if.usp.br

Ramal: 6886

Mário Schenberg, sala 205

Prof. Leandro Barbosa lbarbosa@if.usp.br Ramal: 7157 Ala1, sala 225

Profa. Eloisa Szanto eloisa@dfn.if.usp.br

Ramal: 7111

Pelletron

Prof. Henrique Barbosa hbarbosa@if.usp.br Ramal: 6647

Basílio, sala 100

Seletor de Velocidades

http://lababerto.if.usp.br

Física Exp. 3 Aula 2, Experiência 2 Simulação campo Elétrico

Prof. Nelson Carlin nelson.carlin@dfn.if.usp.br

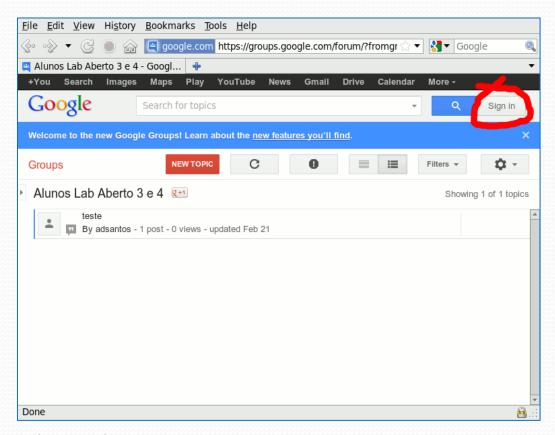
Ramal: 6820

Pelletron

Prof. Paulo Artaxo artaxo@if.usp.br Ramal: 7016 Basilio, sala 101

Lembrete 1:

- Se inscrevam no grupo de discussão do LabAberto:
 - Através do site ou diretamento no google-groups
- E também no grupo do seu professor!



http://lababerto.if.usp.br/index.php/Main/ListasDeDiscussao

https://groups.google.com/forum/?hl=en#!forum/alunos-lababerto34

Lembrete 2:

http://sampa.if.usp.br/webroot/index.php



Lembrete 3:

- Cada monitor está com um professor específico.
- Ele vai ajudar vocês a escolherem os projetos, e discutir a realização:
- Henrique Barbosa
- 1. Diego Gouveia diegoalvesgouveia88@gmail.com
- 2. Antônio Domingues
- 2. Marco Antônio marco.couto88@gmail.com
- 3. Leandro Barbosa
- Rebeca Bayeh beckynha.bayeh@gmail.com

4. Eloisa Szanto

4. Karin Seeder - ka_seeder@hotmail.com

Nelson Carlin

5. Jose La Rosa - jlarosan@if.usp.br

Paulo Artaxo

6. Luís Barbuto - luisbarbuto@hotmail.com

Formem as equipes para a eletiva e avisem ao seu professor/monitor!

Lembrete 4:

Pergunta da semana

 Entreguem agora a pergunta da semana, e lembrem-se de anotar o nome do seu professor e do seu grupo!!

DISCUSSÃO

Consistência da análise

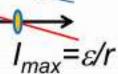
- ε±Δε e r±Δr
- Mas qual o erro em I_{max}?
 - Podemos propagar os erros?
 - NÃO! Pois ε e r não são independentes!!

```
V = \varepsilon - ri
\varepsilon
1.6
1.6
1.7
1.0
1.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.4
0.5
0.6
0.6
0.6
0.7
0.6
0.7
0.7
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
0.8
```

```
After 5 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 1.24456e-06.
rel. change during last iteration : -5.58296e-015
degrees of freedom (FIT NDF)
                   (FIT STDFIT) : 2.10828e-005
rms of residuals
                                : 4.44485e-010
reduced chisquare) = WSSR/ndf
Final set of parameters
                         Asymptotic Standard Error
         = -0.000277589
                         +/- 3.313e-006
                                          (1.194%)
                         +/- 1.072e-005
         = 0.00340543
                                          (0.3148\%)
correlation matrix of the fit parameters:
```

Podemos calcular: I_{max}=ε/r... Não podemos calcular ΔI_{max} pela propagação!

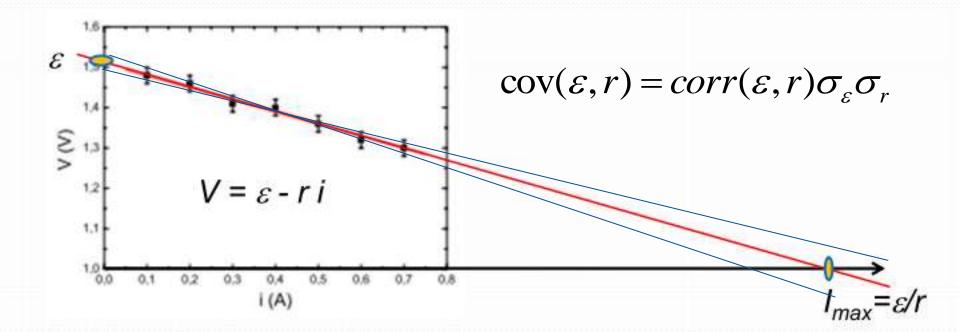
 $V(\epsilon+\sigma\epsilon, r+\sigma r); V(\epsilon-\sigma\epsilon, r-\sigma r);$ $V(\epsilon+\sigma\epsilon, r-\sigma r) e V(\epsilon-\sigma\epsilon, r+\sigma r)$



Consistência da análise

• Neste caso, precisaríamos levar em conta esta $i_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ covariância:

$$\left(\frac{\sigma_{i_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}}\right)^{2} = \left(\frac{\sigma_{\varepsilon}}{\varepsilon}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{r}}{r}\right)^{2} - 2\frac{\sigma_{\varepsilon}}{\varepsilon}\frac{\sigma_{r}}{r}corr(\varepsilon, r)$$



Propagação de incertezas

- Vocês já aprenderam em lab 1 e 2:
 - http://sampa.if.usp.br/~suaide/blog/?e=243
- Seja f uma função não linear de n variáveis x_i a x_n

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

• Você mediu valores $x_{i...n}$ com incertezas $\sigma_{i...n}$ e quer saber qual o valor da incerteza em f

$$x_1 \pm \sigma_{x_1}$$

$$\vdots$$

$$\sigma_y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$\sigma_y = ?$$

$$x_n \pm \sigma_x$$

Propagação de incertezas

• Com uma expansão de primeira ordem (linear) em torno de $X=(x_1,...,x_n)$ podemos calcular o valor da função em um ponto $X'=(x_1,...,x_n)$

$$y(X') \approx f(X) + \frac{\partial f(X)}{\partial x_1} (x_1' - x_1) + \dots + \frac{\partial f(X)}{\partial x_n} (x_n' - x_n)$$

- Podemos calcular para m pontos X' distribuídos aleatoriamente em torno de X, usando $\Sigma = (\sigma_n, ..., \sigma_n)$
- E calculamos a média:

$$\overline{y(X')} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} y(X^{j}) = f(X)$$

Propagação de incertezas

 Podemos também calcular a variância desta amostra de m valores aleatórios:

$$\sigma_{y}^{2} = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m} [y(X^{j}) - \overline{y}]^{2}$$

• Que pela fórmula anterior, vale:

$$\sigma_y^2 \approx \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} (x_i^j - x_i) \right]^2$$

Covariância x Variância

Abrindo o termo quadrático:

$$\sigma_{y}^{2} \approx \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_{i}} (x_{i}^{j} - x_{i}) \right) \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_{k}} (x_{k}^{j} - x_{k}) \right) \right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_{i}} \frac{\partial f}{\partial x_{k}} \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m} \left[(x_{i}^{j} - x_{i})(x_{k}^{j} - x_{k}) \right]$$

$$= \sum_{i=k} \left(\frac{\partial f}{\partial x_{i}} \right)^{2} \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m} (x_{i}^{j} - x_{i})^{2} = \text{var}(x_{i})$$

$$+ \sum_{i \neq k}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_{i}} \frac{\partial f}{\partial x_{k}} \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m} (x_{i}^{j} - x_{i})(x_{k}^{j} - x_{k}) = \text{cov}(x_{i}, x_{k})$$

Covariância x Variância

Os termos cruzados se repetem, assim:

$$\sigma_{y}^{2} = \sum_{i=k}^{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x_{i}} \right)^{2} \sigma_{x_{i}}^{2} + 2 \sum_{\substack{i \neq k \\ i < k}} \frac{\partial f}{\partial x_{i}} \frac{\partial f}{\partial x_{k}} \operatorname{cov}(x_{i}, x_{k})$$

• A covariância tem unidades de $[x_i][x_k]$, assim é usual normaliza-la pelos desvios padrões

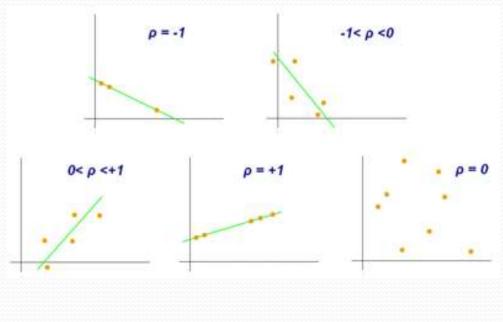
$$\sigma_{y}^{2} = \sum_{i=k}^{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x_{i}}\right)^{2} \sigma_{x_{i}}^{2} + 2\sum_{\substack{i \neq k \\ i < k}} \frac{\partial f}{\partial x_{i}} \frac{\partial f}{\partial x_{k}} \sigma_{x_{i}} \sigma_{x_{k}} corr(x_{i}, x_{k})$$

Correlação

 O coeficiente de correlação de Pearson tem a vantagem de variar entre -1 e 1, e indica se duas variáveis são dependentes ou não:

$$corr(x_{i}, x_{k}) = \frac{cov(x_{i}, x_{k})}{\sigma_{x_{i}}\sigma_{x_{k}}}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{m} (x_{i}^{j} - x_{i})(x_{k}^{j} - x_{k})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} (x_{i}^{j} - x_{i})^{2}} \sqrt{\sum_{j=1}^{m} (x_{k}^{j} - x_{k})^{2}}}$$



Caso da C.C. da pilha, V=E-r*i

• Para
$$i_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$
 $\rightarrow \frac{\partial i_{\text{max}}}{\partial \mathcal{E}} = \frac{1}{r}$, $e^{\frac{\partial i_{\text{max}}}{\partial r}} = -\frac{\mathcal{E}}{r^2}$

Portanto:

$$\left(\sigma_{i_{\text{max}}}\right)^{2} = \left(\frac{1}{r}\sigma_{\varepsilon}\right)^{2} + \left(-\frac{\varepsilon}{r^{2}}\sigma_{r}\right)^{2} + 2\frac{1}{r}\left(\frac{-\varepsilon}{r^{2}}\right)\cos(\varepsilon, r)$$

• Dividindo por $(\varepsilon/r)^2$

$$\left(\frac{\sigma_{i_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}}\right)^{2} = \left(\frac{\sigma_{\varepsilon}}{\varepsilon}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{r}}{r}\right)^{2} - 2\frac{\sigma_{\varepsilon}}{\varepsilon}\frac{\sigma_{r}}{r}corr(\varepsilon, r)$$

Caso da C.C. da pilha

Exemplo prático:

•
$$\varepsilon = 1.2 \pm 3\% \text{ V}$$

•
$$r = 0.6 \pm 9\% \Omega$$

•
$$corr(\epsilon, r) = 0.915$$

$$i_{\text{max}} = \frac{1.2V}{0.6\Omega} = 2A$$

• Sem correlação:
$$\frac{\sigma_{i_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}} = \sqrt{0.03^2 + 0.09^2} = 9.5\%$$

Com correlação:

$$\frac{\sigma_{i_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}} = \sqrt{.03^2 + .09^2 - 2 \cdot 0.03 \cdot 0.09 \cdot 0.91} = 6.4\%$$

Mostrar planilha com Monte Carlo

Exp. 2 – Seletor de Velocidas. SAC

PROGRAMAÇÃO

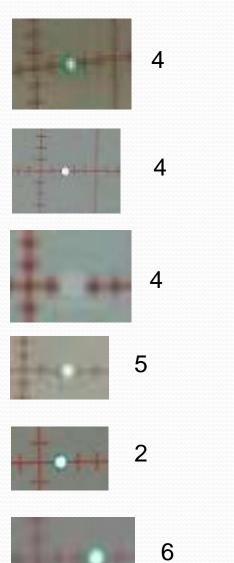
- Semana 1
 - Movimento em campo elétrico
- Semana 2
 - Simular o campo elétrico
- Semana 3
 - Movimento em campo magnético
- Semana 4
 - Mapear campo magnético
- Semana 5
 - Espectrômetro de massa parte 1
- Semana 6
 - Espectrômetro de massa parte 2

Para entregar, Parte 1

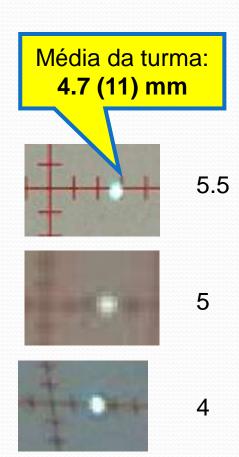
- Ligue o TRC e focalize o feixe na tela
 - Aplique uma tensão aceleradora Vac=700V
 - Mexa no controles:
 - Foco
 - Intensidade
 - Tensão aceleradora (não passar de 1000V)
 - Observe o que acontece com o feixe em cada caso e comente.
- Gire o **TRC** na mesa e observe o que acontece com o feixe
 - Procure fazer com que o feixe esteja focalizado e pelo menos sobre o eixo horizontal
- Nesta condição, aplique Vac=700V, e defina a origem neste ponto e deixe o TRC fixo nesta posição da bancada (fotografe a tela do TRC)

Foto da Tela

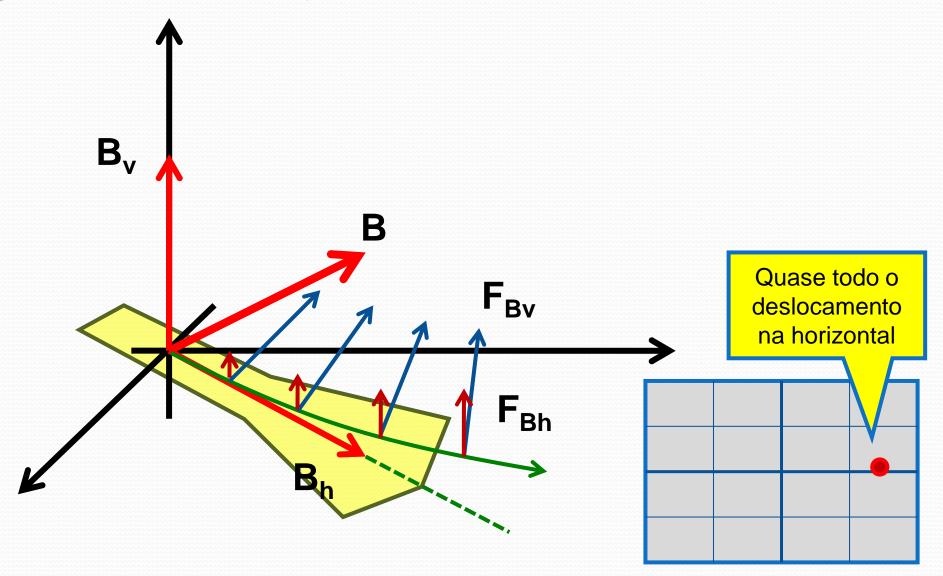
Desvio muito grande! Não sei se todos os grupos usaram o mesmo Uac







Campo magnético da Terra



Campo magnético da Terra

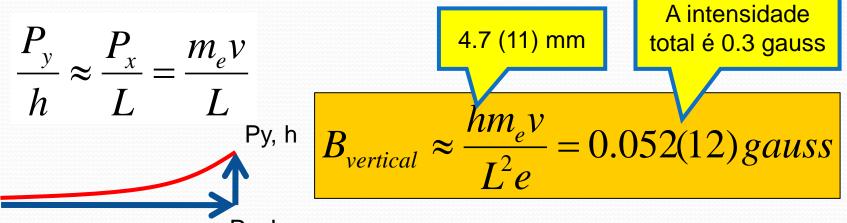
Velocidade da partícula

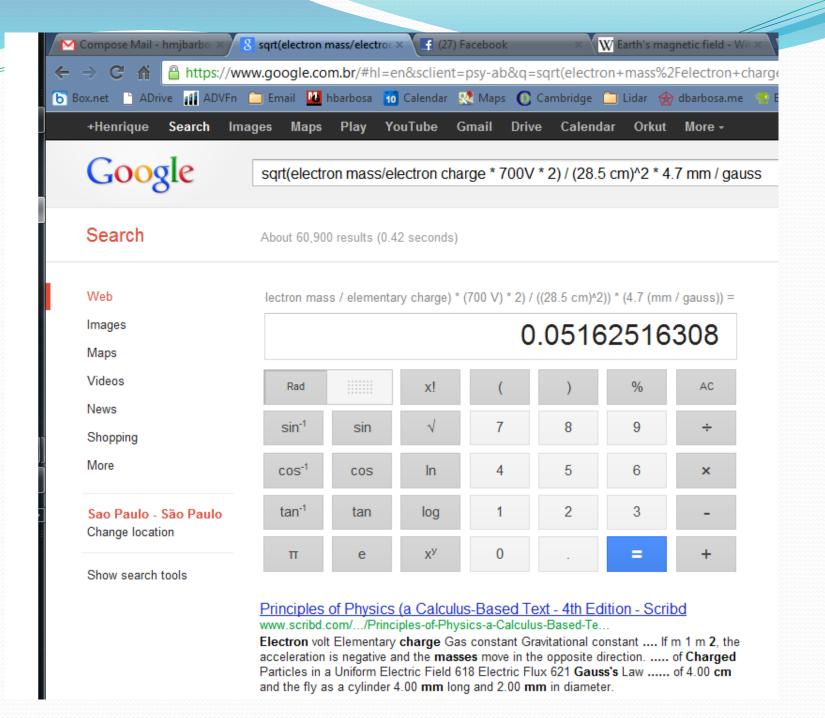
$$eU_{ac} = \frac{1}{2}m_e v^2$$
 $v(700V) = \sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m_e}} = 5.23\% \text{ luz}$

Impulso da força magnética aprox. constante:

$$P_{y} = |\vec{F}_{B}| \Delta t = evB_{v} \Delta t = eB_{v} L$$

A direção é dada pelos momentos:





Parte 2, o campo elétrico

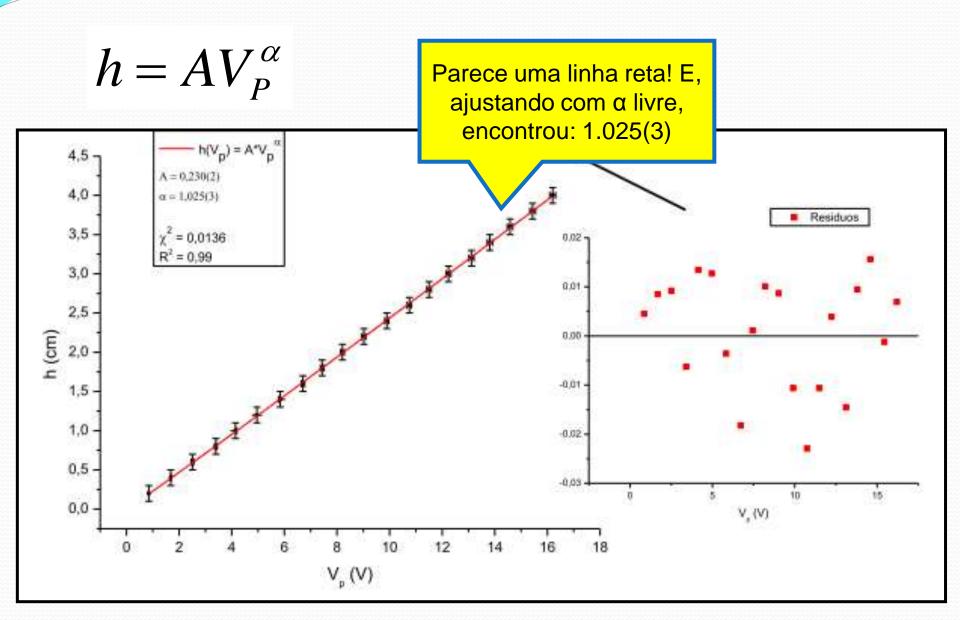
- Aplique tensão nas placas defletoras verticais (fonte externa DC de 30V):
 - Mexa na tensão (ie na intensidade do campo elétrico) e verifique o que acontece com o feixe. Comente.
 - Anote a tensão máxima que o feixe ainda continua visível na tela do TRC.
- A seguir desligue as placas e observe se o feixe continua focalizado e na origem.

Muito simples, nem vou comentar

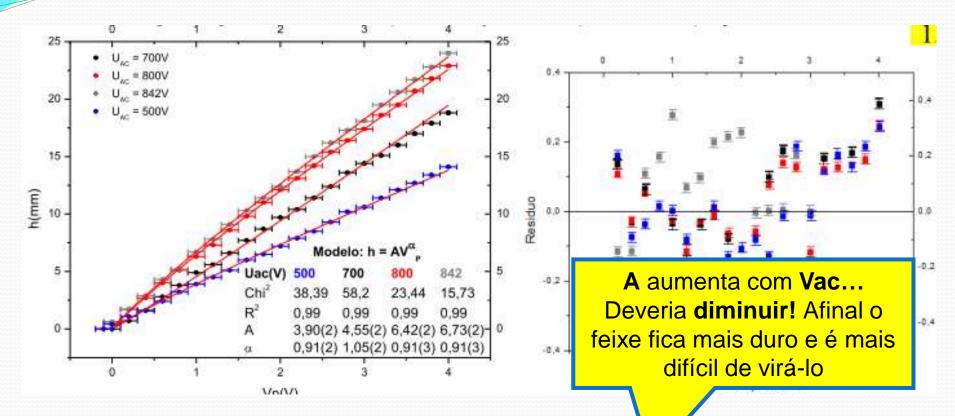
Parte 3, deslocamento x Vp

- Medir **h** em função de V_P para U_{ac} fixo (= v_{0x} fixo).
- Qual é a dependência funcional? Comece testando uma possibilidade simples: $h = AV_P^{\alpha}$
- Fazer um gráfico de V_p em função de h para U_{ac} fixo que permita descobrir se a dependência funcional acima é adequada
 - Se for obtenha o expoente alfa. Compare com os valores obtidos por seus colegas
 - **Importante**: a grandeza fixa deve ser escolhida de modo a permitir o maior número possível de pontos medidos.

Deslocamento pelo campo elétrico



E se medir vários Uac



	500 V	700 V	800 V	842 V
A (mm)	3.90 (2)	4.55 (2)	6.42 (2)	6.73 (2)
α ()	0.91 (2)	1.05 (2)	0.91 (3)	0.91 (30)

α permanece constante

Dependência com Vp

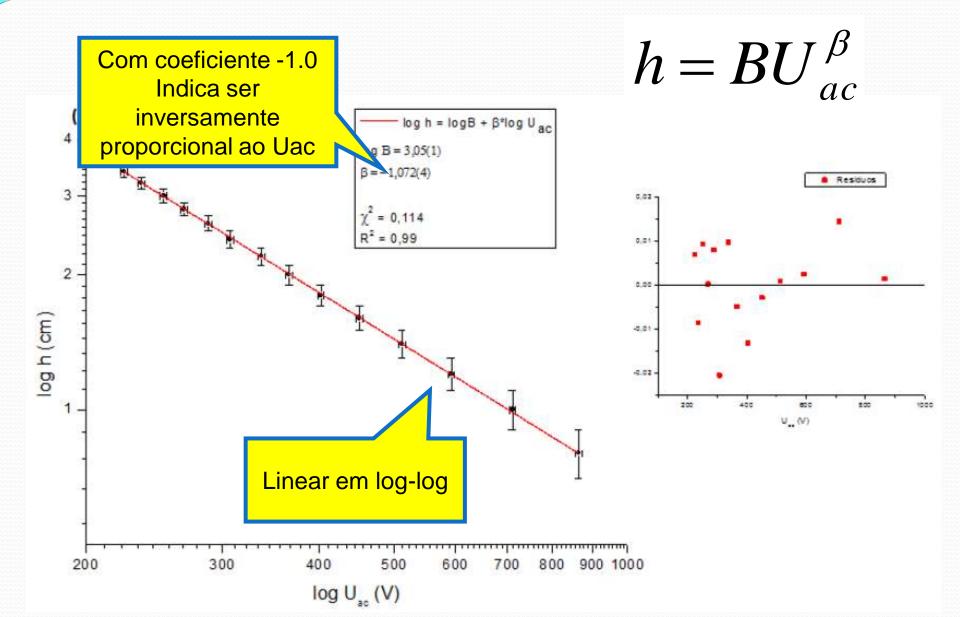
α	α
0.997 (6)	1.025 (3)
1.05 (2)	1.018 (4)
1.015 (4)	1.009 (7)
1.034 (4)	1.030 (6)
1.019 (5)	1.031 (8)
0.986 (9)	0.85 (7)
1.01 (6)	0.791 (6)
1.022 (3)	
1.000 (7)	

Todos os valores em torno de +1.0

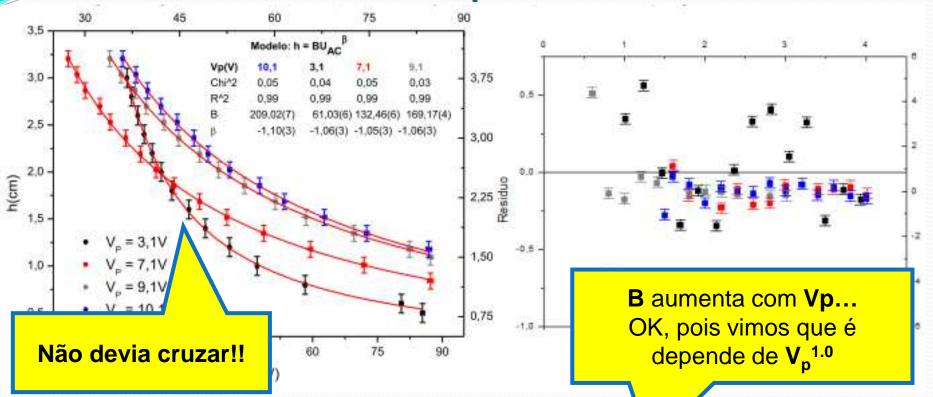
Parte 4, deslocamento x Vac

- Medir h em função de U_{ac} para V_p fixo.
- Qual é a dependência funcional? Comece testando uma possibilidade simples: $h = BU_{ac}^{\beta}$
- Fazer um gráfico de \mathbf{h} em função de $\mathbf{U_{ac}}$ para $\mathbf{V_p}$ fixo que permita descobrir se a dependência funcional acima é adequada
 - Se for obtenha o expoente beta. Compare com os valores obtidos por seus colegas
 - **Importante**: a grandeza fixa deve ser escolhida de modo a permitir o maior número possível de pontos medidos.

Deslocamento pelo Uac



Medindo vários Vp



	3.1 V	7.1 V	9.1 V	10.1 V
B (mm)	61.03 (6)	123.46 (6)	169.17 (4)	209.02 (7)
β ()	-1.06 (3)	-1.05 (3)	-1.06 (3)	-1.10 (3)

β permanece constante

Dependência com Uac

β	β
-1.041 (5)	-1.072 (4)
-1.05 (3)	-1.055 (5)
-1.076 (4)	-1.051 (6)
-0.88 (4)	-1.19 (2)
-1.06 (2)	-1.126 (32)
-1.106 (8)	-5.46 (27)
-1.04 (12)	-0.978 (8)
-1.044 (7)	
-1.03 (6)	

Todos os valores em torno de -1.0

Resumo

Nossos resultados mostram que:

$$h \propto V_P$$
 $h \propto \frac{1}{U_{ac}}$

• Ou seja, algo assim:

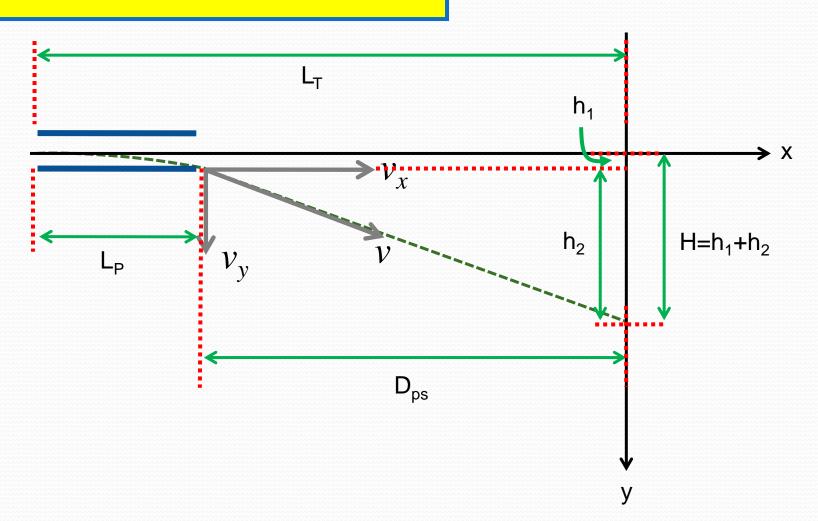
$$h \propto rac{V_P}{U_{ac}}$$

Pergunta da semana

 Faça um modelo físico para o efeito do campo elétrico (E), que descreva a altura de impacto (H) dos elétrons no anteparo, supondo as dimensões abaixo, que as placas defletoras sejam paralelas e os elétrons têm uma velocidade de entrada nas placas v_{ox}. Desconsidere efeitos de bordas nas placas.

Notação para modelo E

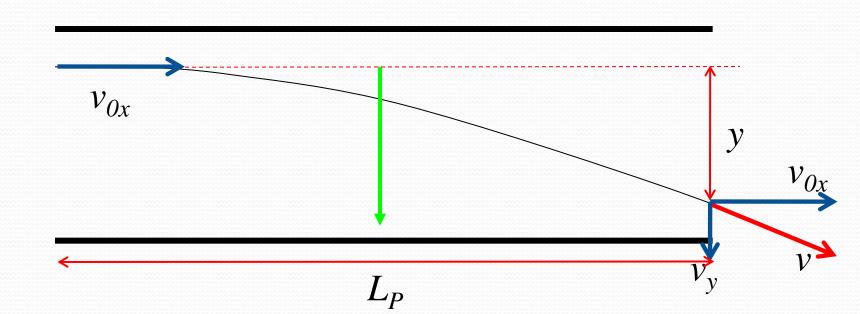
hipótese que as placas são um capacitor ideal



Movimento de uma partícula em um campo uniforme

Movimento uniforme em x

$$t = \frac{L_P}{v_{0x}}$$

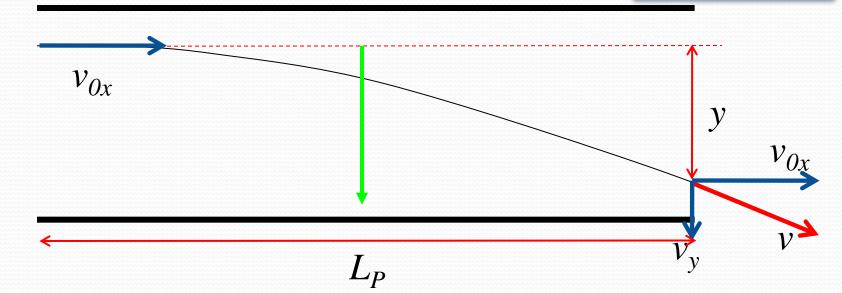


Movimento de uma partícula em um campo uniforme

Movimento uniformemente variado em y

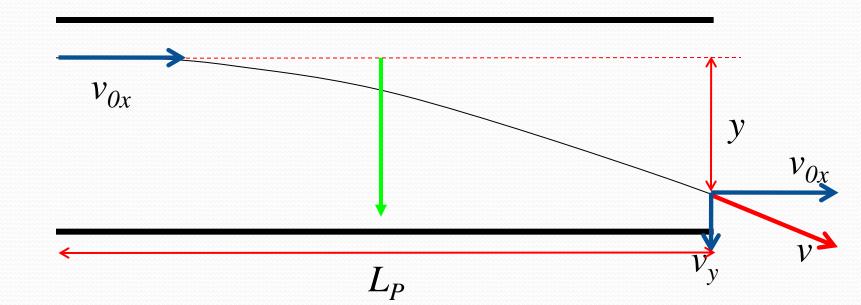
$$\vec{F} = q\vec{E} \implies F_y = qE \implies a_y = \frac{qE}{m}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t \implies v_y = \frac{qE}{m} t \implies v_y = \frac{qEL_P}{mv_{0x}}$$

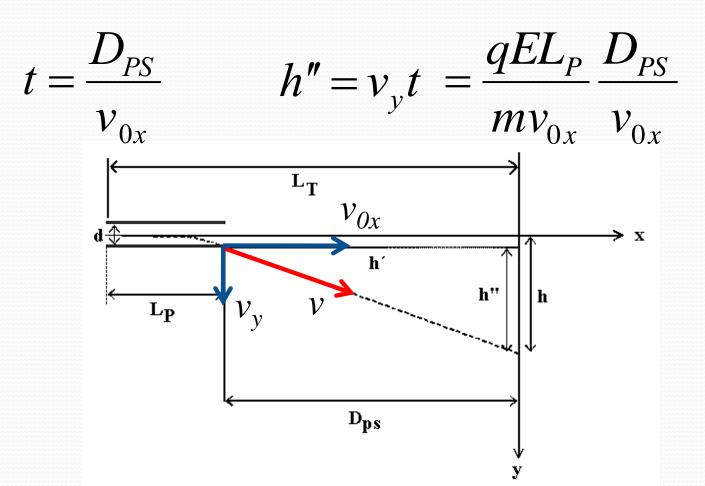


Movimento uniformemente variado em y

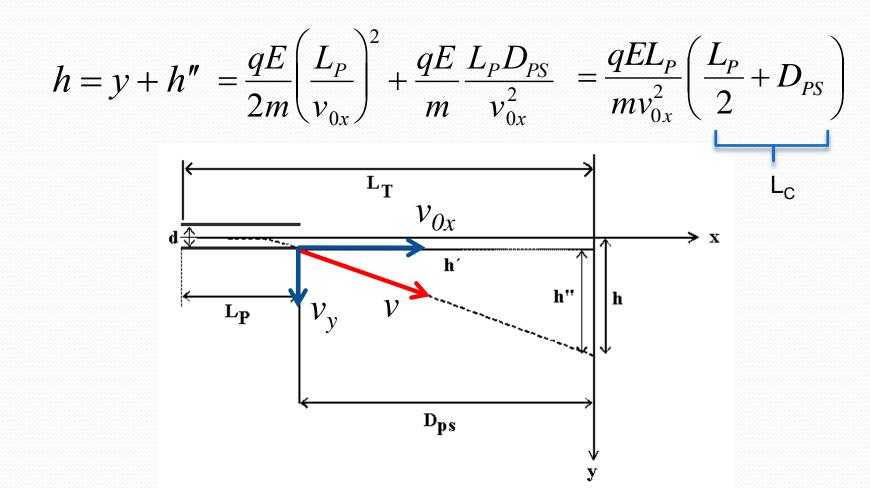
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_yt^2 \implies y = \frac{qE}{2m}\left(\frac{L_P}{v_{0x}}\right)^2$$



Após as placas voltamos a ter movimento uniforme



• O deslocamento total é a soma dos dois deslocamentos



O deslocamento total é a soma dos dois deslocamentos

$$h = \frac{qEL_P}{mv_{0x}^2} L_C$$

$$L_C = \left(\frac{L_P}{2} + D_{PS}\right)$$

Distância do centro das placas

• Ou seja:

$$h = A \frac{E}{v_{0x}^2}$$

h é proporcional ao campo elétrico e inversamente proporcional ao quadrado da velocidade

• Em um capacitor ideal, o campo vale:

$$|E| = V_P/d$$

 A velocidade do elétron depende da tensão de aceleração através de:

$$K_{cin} = qV_{AC} \implies \frac{1}{2}mv_{0x}^2 = qV_{AC}$$

• Ou seja:

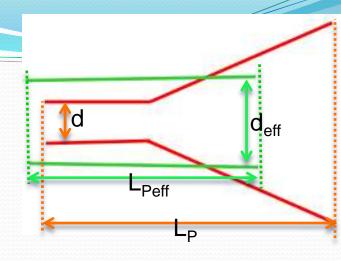
$$h = A \frac{E}{v_{0x}^2} = A' \frac{V_P}{V_{AC}}$$

h é proporcional à tensão entre as placas e inversamente proporcional à tensão de aceleração dos elétrons

Quem é a constante A'?

Ou seja

$$A' = \frac{L_P}{2d} L_C$$



- Contudo, quais são as dimensões das placas equivalentes (L_P) e a distância (d) entre elas?
- Tenho duas variáveis e apenas uma medida. Como eu resolvo esta ambigüidade?

Quem é L_P e d?

 Vamos lembrar alguns conceitos sobre movimento, em especial impulso de uma força

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = \int_{0}^{t} \vec{F}(t)dt$$

 No nosso caso ideal, a força é constante com módulo dado por qE. Nesta situação:

$$\vec{I} = \int_{0}^{t} \vec{F}(t)dt = \int_{0}^{t} q\vec{E}dt = q\vec{E}t = q\vec{E}\frac{L_{P}}{v_{0x}}$$

Quem é L_P e d?

 Lembrando que o deslocamento na tela do TRC vale:

$$h = \frac{qEL_P}{mv_{0x}^2} L_C$$

• E sabendo que o impulso, **na direção y**, tem módulo qEL_P/v_{0x} , e sabendo que o momento inicial da partícula vale $p = mv_{0x}$, temos:

$$h = \frac{\text{Impulso}_{y}}{p} L_{C} = \frac{\Delta p_{y}}{p} L_{C}$$

Quem é L_P e d?

 Ou seja, o deslocamento está diretamente relacionado ao impulso fornecido pelo campo elétrico

$$h = Cte \frac{\Delta p}{p}$$

- Podemos utilizar esta informação para fazer uma escolha realista para o comprimento efetivo das placas.
 - Em que parte da trajetória se dá o impulso que altera o deslocamento da partícula?

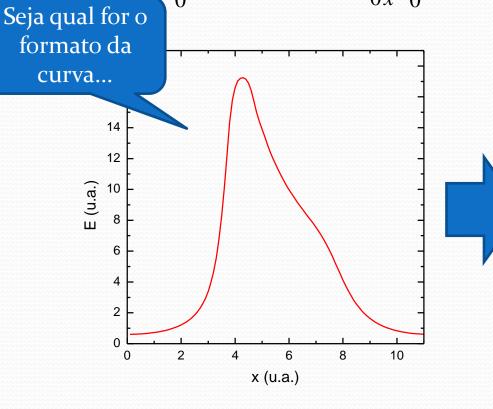
No caso não ideal, temos:

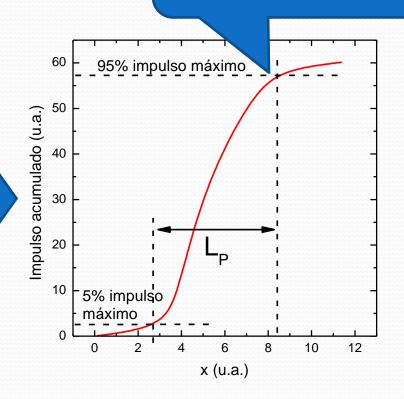
Calculando o impulso acumulado

Como varia o campo elétrico real ??

$$\vec{I}(x) = \int_{0}^{t} \vec{F}(t')dt' = \frac{q}{v_{0x}} \int_{0}^{x} \vec{E}(x')dx'$$

A integral mostra a região onde este é transferido!





Exp. 2 – Seletor de Velocidades

PROGRAMAÇÃO

- Semana 1
 - Movimento em campo elétrico
- Semana 2
 - Simular o campo elétrico
- Semana 3
 - Movimento em campo magnético
- Semana 4
 - Mapear campo magnético
- Semana 5
 - Espectrômetro de massa parte 1
- Semana 6
 - Espectrômetro de massa parte 2

Não podemos quebrar o TRC para medir o campo entre as placas... Então vamos simular!!

O potencial elétrico

 Definição de potencial: para um deslocamento qualquer dr na posição, a variação dV no potencial é dada por:

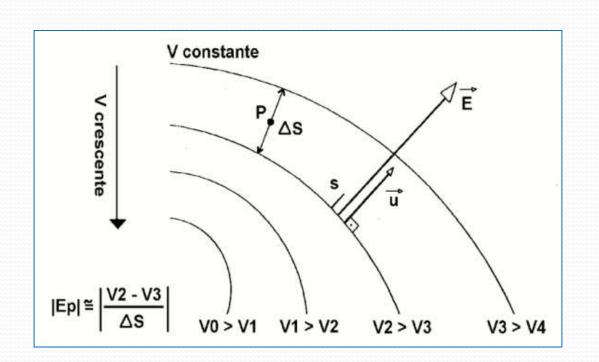
$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -Edr \cos \theta$$

θ é o ângulo entre o vetor campo elétrico **E** e o vetor deslocamento **dr** na posição

- a máxima variação **dV** no potencial ocorre quando **dr** e **E** são paralelos
- quando **dr** e **E** são perpendiculares entre si, **dV=0**, que significa que **E** é perpendicular às superfícies equipotenciais.

O campo elétrico

• **u** é um versor perpendicular à equipotencial e **s** é a coordenada na direção do sentido de **u**:



$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

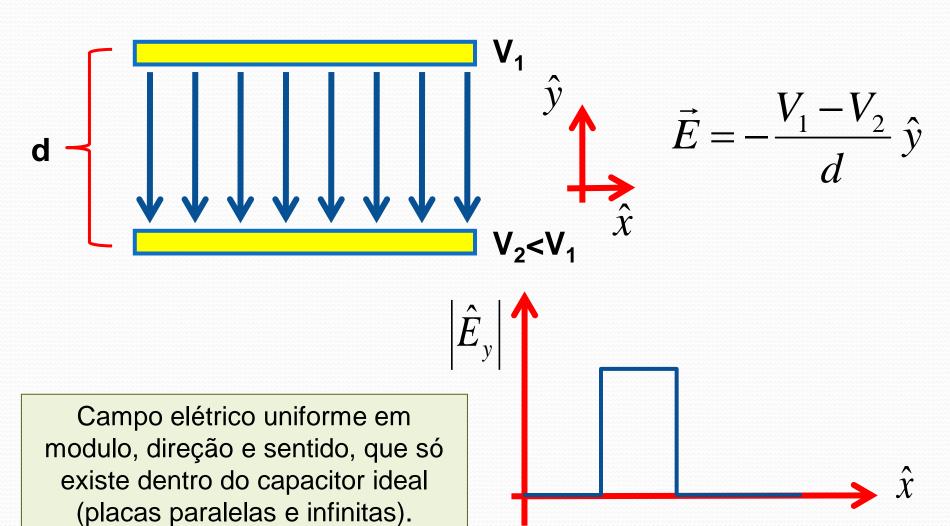
$$\vec{E} = -\left(\frac{dV}{ds}\right)\vec{u}$$

$$E \cong -\left(\frac{\Delta V}{\Delta s}\right)$$

Capacitor Ideal $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

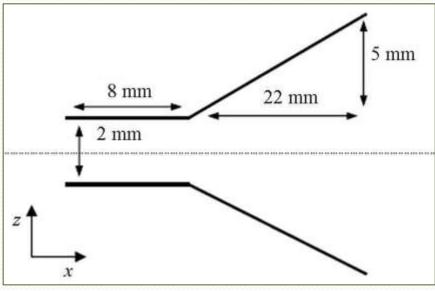
Como é o campo elétrico de um capacitor ideal?



Capacitor do TRC

• Continua valendo que: $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$





• Mas como calculamos o campo e ou o potencial??

Comparação teórica

Para determinar o potencial, precisamos resolver as equações do EM

Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \implies \vec{\nabla} \cdot (-\nabla \cdot V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

• Equação de Poisson para o potencial

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\mathcal{E}_0}$$

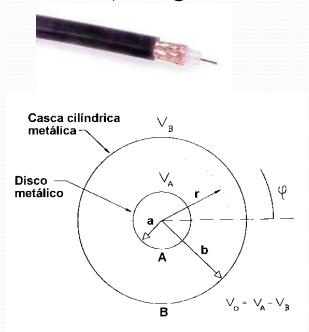
• Na ausência de cargas livres (Equação de Laplace)

$$\nabla^2 V = 0$$

Resolvendo a equação de Laplace

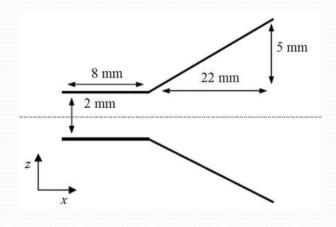
$$\nabla^2 V = 0$$

- Sistemas simétricos
 - Resolução algébrica fácil



$$V(r) = A \ln r + B$$

- Sistemas mais complexos
 - Como resolver?



$$V(x,y) = ?$$

1. Diferenças finitas no EXCEL

Vamos olhar o Laplaciano em duas dimensões:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} V(x, y) = 0$$

- Como calcular estas derivadas?
 - Aproximação numérica para derivada

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x,y) \approx \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V(x + \Delta x/2, y) - V(x - \Delta x/2, y)}{\Delta x}$$

Vamos agora calcular a derivada segunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, y) \approx \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V(x + \Delta x/2, y) - V(x - \Delta x/2, y)}{\Delta x} \right)$$

$$\approx \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\partial}{\partial x} V(x + \Delta x/2, y) - \frac{\partial}{\partial x} V(x - \Delta x/2, y) \right)$$

 Vamos calcular o primeiro termo da expressão acima:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y)$$

Cálculo do primeiro termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y) = \frac{V(x+\Delta x/2+\Delta x/2,y)-V(x+\Delta x/2-\Delta x/2,y)}{\Delta x}$$

• Ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x+\Delta x/2,y) = \frac{V(x+\Delta x,y)-V(x,y)}{\Delta x}$$

Do mesmo modo para o segundo termo:

$$\frac{\partial}{\partial x}V(x-\Delta x/2,y) = \frac{V(x,y)-V(x-\Delta x,y)}{\Delta x}$$

• Assim, as derivadas segunda, em x e y, valem:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y) = \frac{V(x+\Delta x,y) - 2V(x,y) + V(x-\Delta x,y)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}V(x,y) = \frac{V(x,y+\Delta y) - 2V(x,y) + V(x,y-\Delta y)}{\Delta y^2}$$

• Se escolhemos $\Delta x = \Delta y = \Delta$ pode-se resolver a equação de Laplace facilmente

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}V(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}V(x,y) = 0$$

• Substituindo as derivadas calculadas e fazendo $\Delta x = \Delta y = \Delta$ a equação de Laplace fica:

$$\frac{V(x+\Delta, y) + V(x-\Delta, y) - 4V(x, y) + V(x, y+\Delta) + V(x, y-\Delta)}{\Delta^2} = 0$$

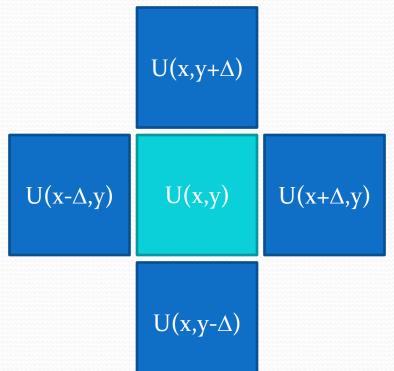
Isolando o termo V(x,y), encontramos:

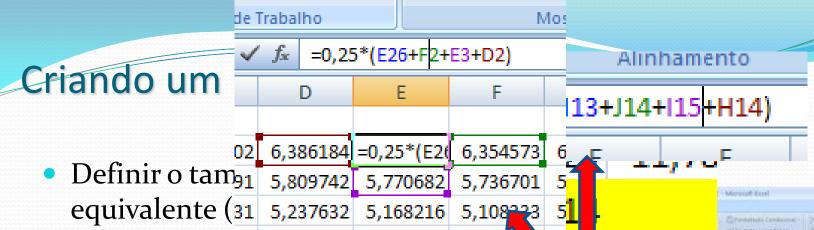
$$V(x, y) = \frac{V(x + \Delta, y) + V(x - \Delta, y) + V(x, y + \Delta) + V(x, y - \Delta)}{4}$$

- Ou seja:
 - A solução da equação de Laplace diz que o potencial em um ponto é dado pela MÉDIA SIMPLES dos potenciais nas vizinhanças.

Podemos usar o EXCEL!!!!

$$V(x,y) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} V(x+\Delta,y) + \\ V(x-\Delta,y) + \\ V(x,y+\Delta) + \\ V(x,y-\Delta) \end{bmatrix}$$





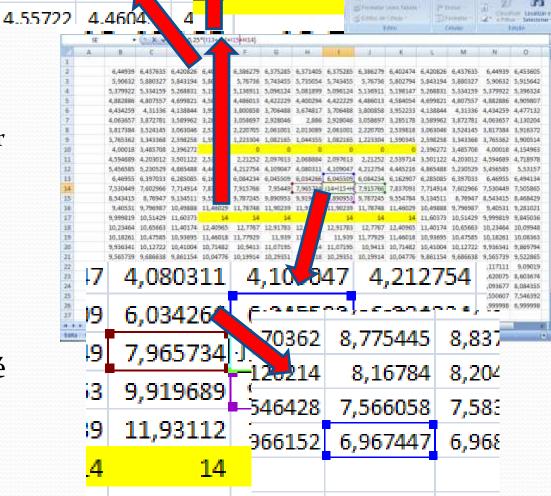
 Definir as condições de contorno

célula

Amarelo para diferenciar

4.671778

- Programar as equações nas células
- Estabelecer bordas cíclicas para simular o infinito
- Mandar calcular (F9) até convergir.



Criando um Excel para calcular o Laplaciano

1,750 3,500

5,250 7,000 8,750 10,50

12.25

14.00

X

O problema é simétrico em

torno do eixo x... Porque o

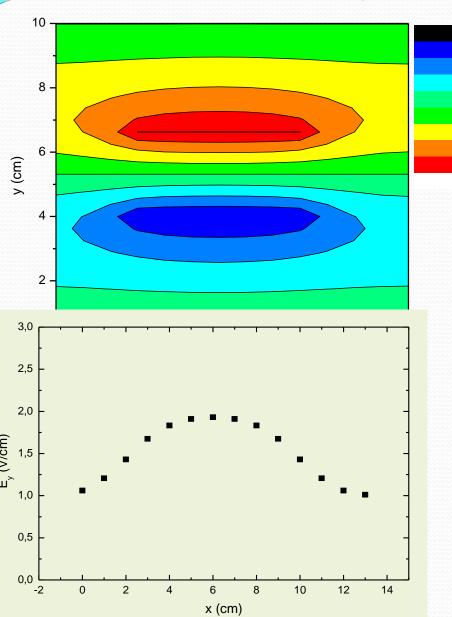
potencial não é simétrico?

O Potencial é definido a

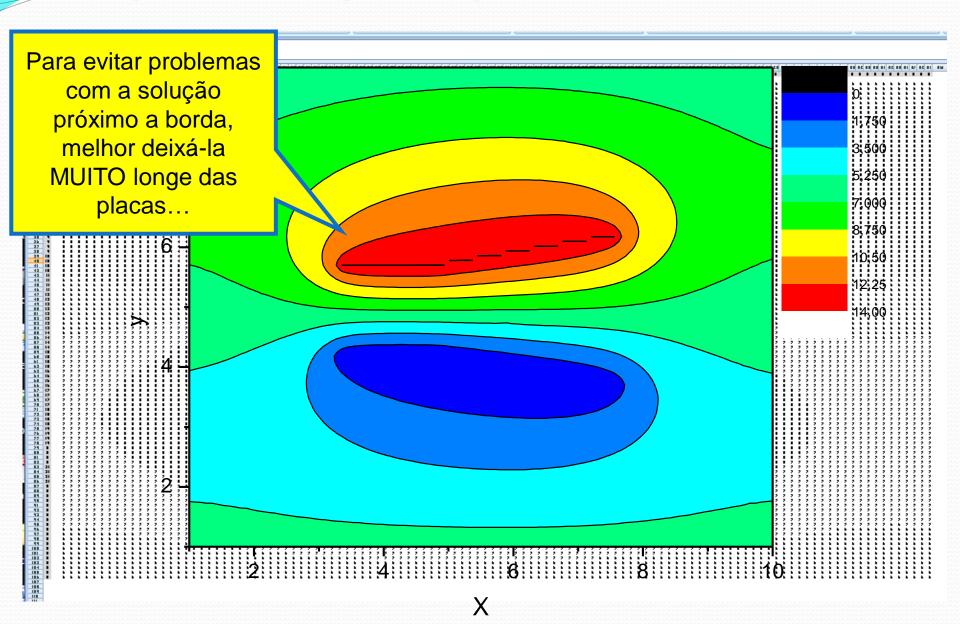
elétrico

menos de uma constante, i.e.,

a grandeza física é o campo

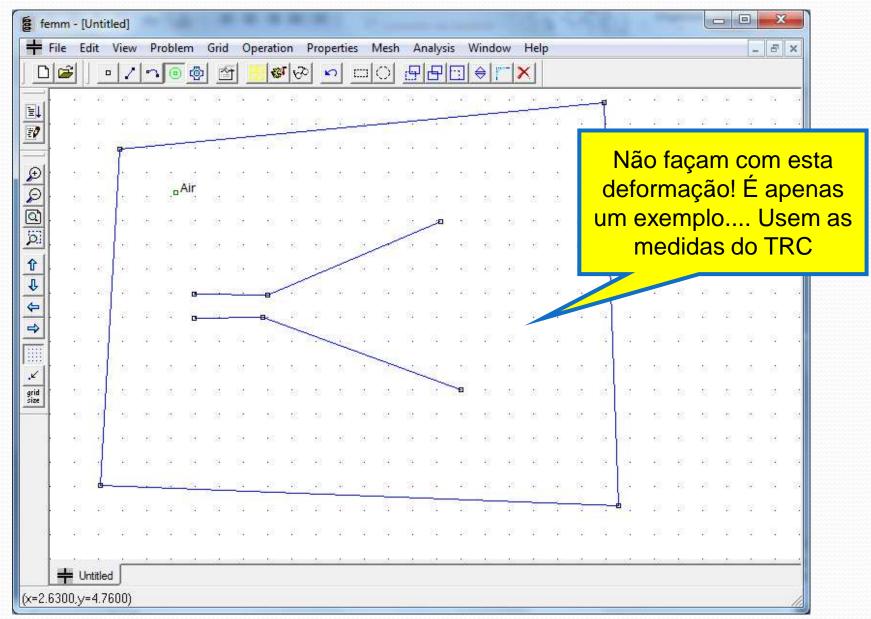


Exemplo: simulação na planilha

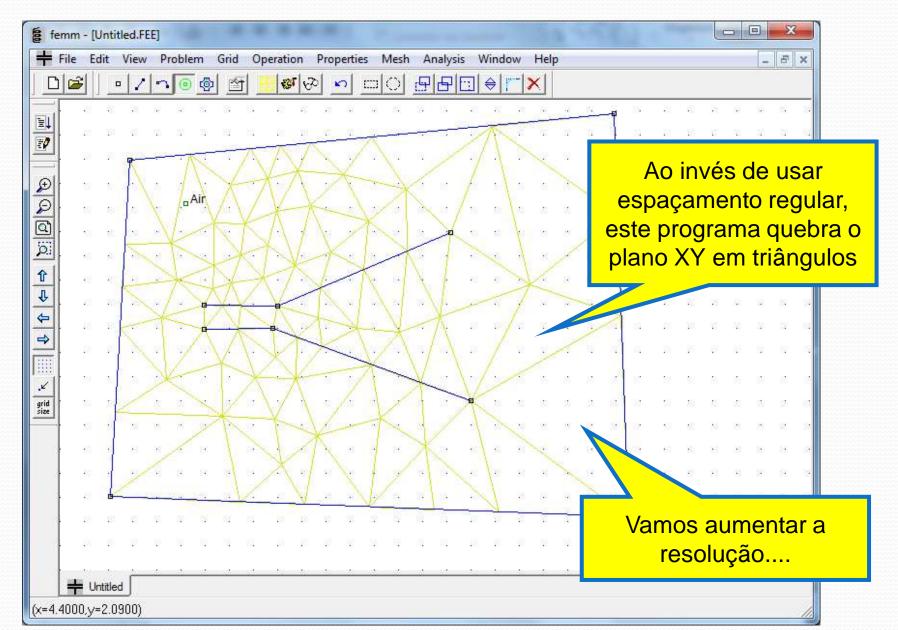


2. Uso do programa FEMM

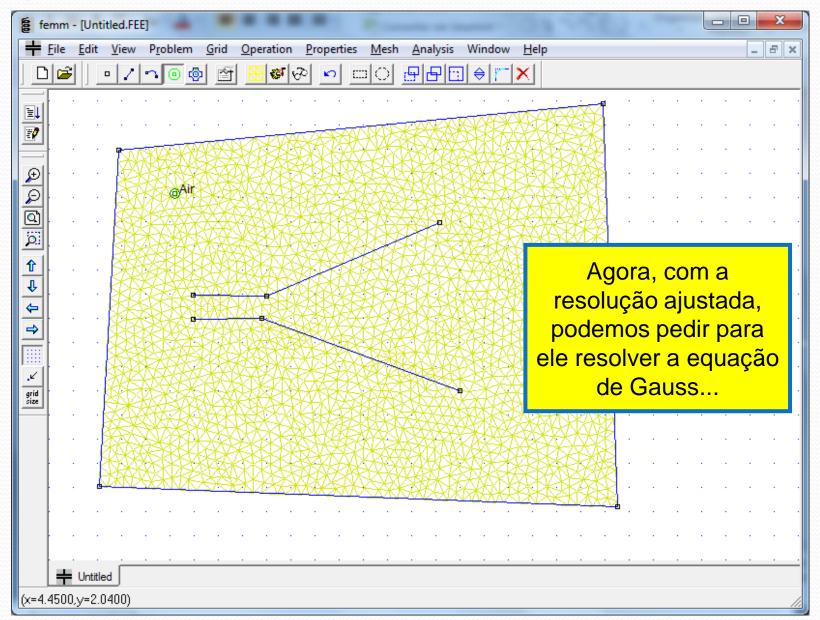
Primeiro definimos o problema



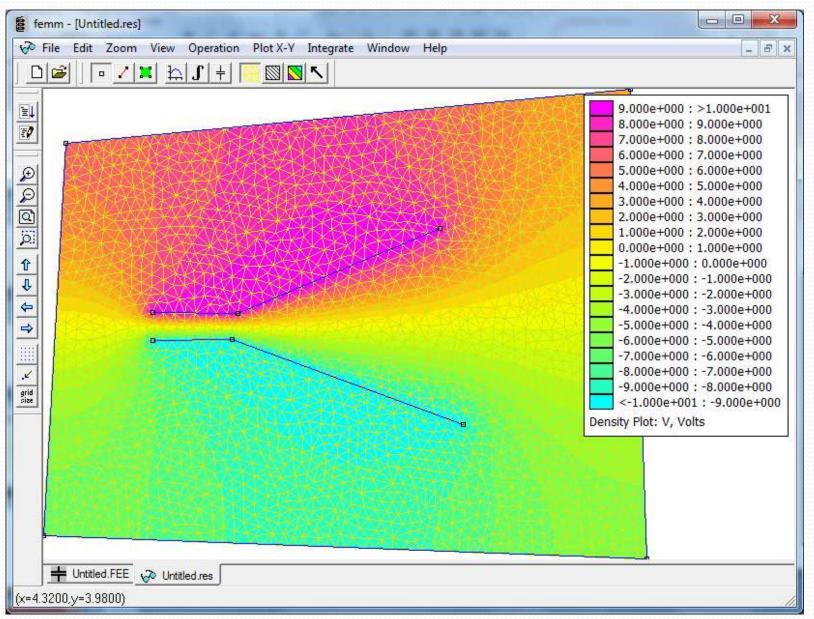
Criamos a malha



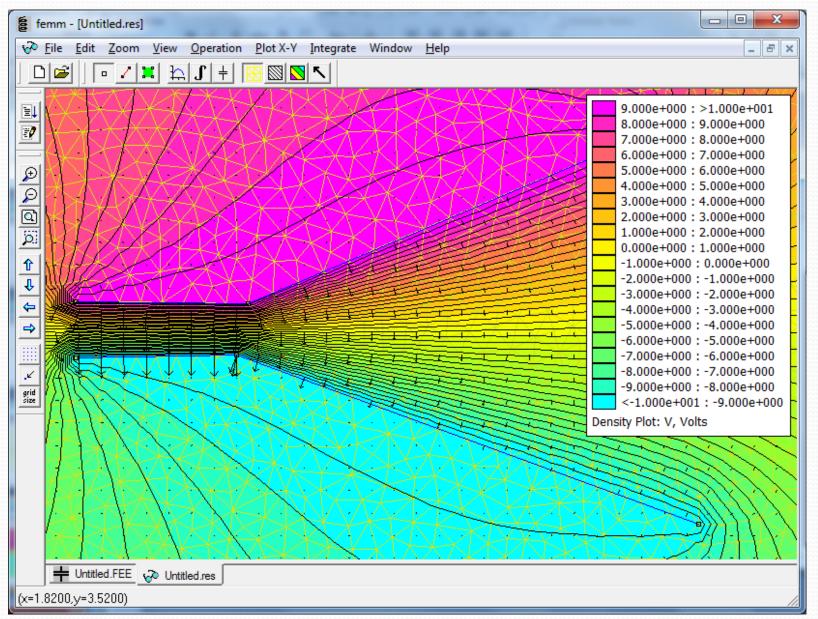
Agora sim...

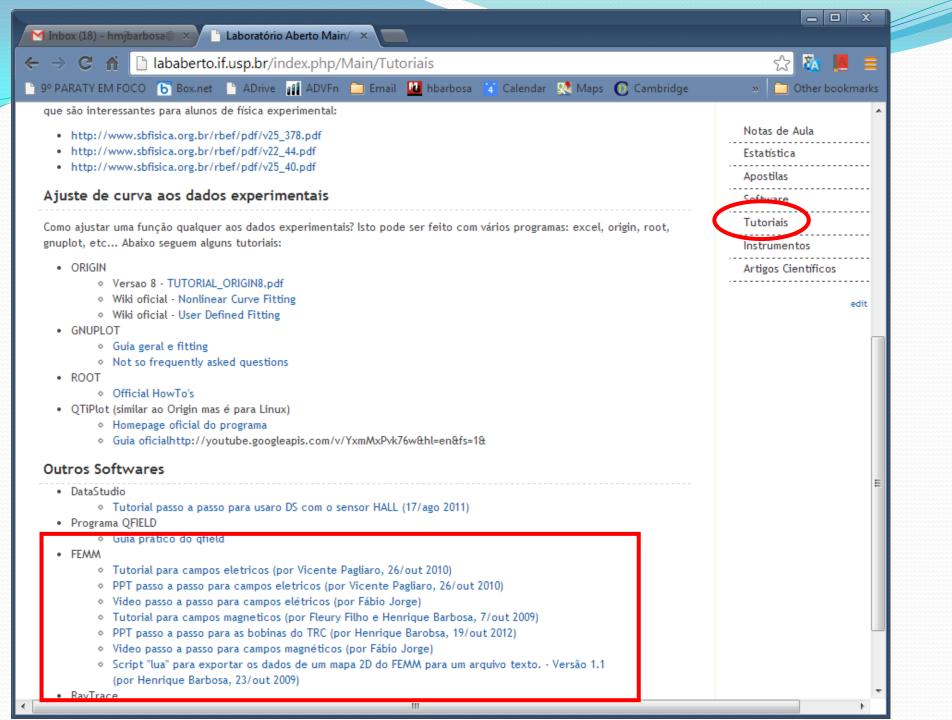


Mapa do potencial elétrico



Equipotenciais e Vetor Campo E.





Folha de dados - Parte 1

- Usando a planilha, simule um capacitor de placas paralelas ideais.
 - Diferença de potencial 9V
 - Separação 6 mm
 - Comprimento 30 mm
- Entregue o gráfico do campo elétrico, em função da distância ao centro das placas, ao longo da linha que separa as duas placas
 - Entregar os gráficos colocando Ex e Ey no mesmo gráfico, e indicando a posição das placas.
 - Colocar a solução analítica do capacitor ideal
- A partir dos seus resultados:
 - O campo elétrico é uniforme? Há efeitos de borda?

Folha de dados - Parte 2

- Simule com o FEMM o campo elétrico das placas do TRC.
 - As medidas estão no site e o tutorial também!
 - Os monitores e professores podem ajudá-lo
- Entregue o gráfico do campo elétrico, em função da distância à origem (você define).
 - Ao longo da linha que o feixe percorre, que é o que interessa
 - Entregar os gráficos com a simulação, colocando Ex e Ey no mesmo gráfico, e indicando a posição das placas.
- A partir dos seus resultados:
 - O campo elétrico é uniforme? Há efeitos de borda?

Relatório

- Da simulação do campo, fazer o gráfico de impulso acumulado em função do comprimento.
 - Determinar o comprimento efetivo das placas (L_P)
 - Usar como limites 5% e 95% do impulso máximo acumulado como limites
 - Dica: use o Excel e faça a integral como a soma de pequenos retângulos
- Determinar a distância efetiva (d) entre as placas ideais de comprimento L_P para que elas provoquem o mesmo impulso total
- Comparar esses parâmetros com as medidas equivalentes das placas do TRC e discutir.

OBSERVAÇÃO

- Como esta semana faremos apenas simulações, então a presença no laboratório não será cobrada!
- A sala estará aberta, em alguns horários, para que vocês possam tirar eventuais dúvidas, ou retomar dados da semana anterior.

Pergunta da semana

- Esboce as linhas de campo magnético para os dois arranjos abaixo.
 - Qual a direção preferencial do campo em x=o e y=o?
 - Em qual arranjo o campo é mais intenso nesta posição?

