

# Introdução

Nesta experiência estudaremos o funcionamento de um **Seletor de Velocidades** e as aplicações práticas deste dispositivo. A teoria envolvida relaciona-se à interação de partículas carregadas submetidas a campos elétricos e magnéticos. O objetivo consiste em identificar e/ou determinar experimentalmente os parâmetros físicos envolvidos. Para isso, serão utilizados um tubo de raios catódicos e programas de simulação computacional como: **QuickField** e **Simion7**, os quais permitem simular o comportamento esperado experimentalmente.

As experiências serão realizadas em **3** (três) aulas e apresentadas em um relatório que deverá ser entregue uma semana após o término da última experiência (ou terceira aula).

Na seqüência, apresentamos resumidamente os conceitos mais importantes relativos a este estudo. Recomenda-se fortemente que os alunos leiam a apostila antes de realizar os experimentos para um bom entendimento da parte teórica envolvida, bem como, visualização dos objetivos a serem alcançados. Os procedimentos experimentais podem ser encontrados nas páginas:

- **campo magnético do filtro de velocidades na página 10;**
- **simulação do campo elétrico do filtro de velocidades na página 18;**
- **estudo do filtro de velocidades na página 20;**
- **programa QuickField na página 21;**
- **programa Simion7 na página 23.**

# Seletor de velocidades

Um seletor de velocidades é um dispositivo que seleciona as partículas, de um feixe de partículas carregadas, de acordo com sua velocidade. Esse dispositivo é também chamado de filtro de velocidades, porque todo filtro faz uma seleção dos objetos que o atravessam.

O princípio de funcionamento do filtro está baseado no fato de que partículas carregadas em movimento sofrem a ação de forças quando cruzam uma região onde existe um campo elétrico ou um campo magnético, ou ambos.

Tendo em mente esses objetivos, fica evidente que as forças que vão atuar sobre as partículas devem ser perpendiculares à sua trajetória, para separá-las. Vai aparecer uma aceleração perpendicular ao movimento, o que tem o efeito de mudar a direção da trajetória.

Quando um feixe de partículas carregadas de carga  $q$ , atravessa uma região onde existe um campo elétrico,  $\mathbf{E}$ , perpendicular à trajetória das partículas, ele vai sofrer uma força  $\mathbf{F}_e$  igual a:

$$\vec{F}_e = e\vec{E} \quad (4.1)$$

Essa força é, portanto, proporcional à intensidade do campo elétrico e ao valor da carga da partícula e terá a direção do campo. Se a partícula for positiva, o sentido da força é o sentido do campo, se for negativa, o sentido da força é oposto ao sentido do campo. Uma força perpendicular à velocidade introduz uma aceleração, também perpendicular à velocidade, que tem o efeito de alterar a direção do movimento da partícula.

Vamos supor que seja criado um campo elétrico constante, perpendicular à trajetória de um feixe de partículas de carga  $q$  e velocidade,  $\mathbf{v}$ , constante, e que atue numa determinada região que

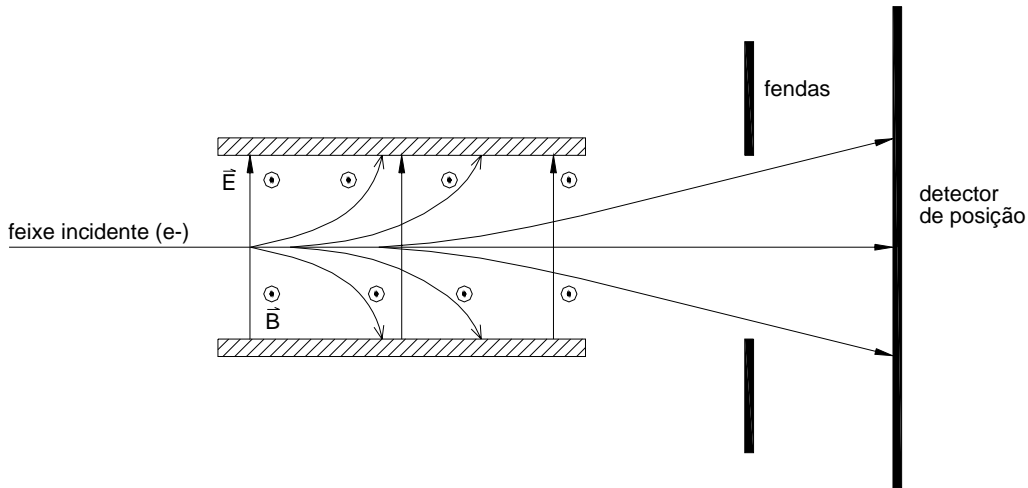
o feixe vai atravessar. Quanto mais tempo as partículas do feixe ficarem sob ação desse campo, durante mais tempo as forças vão atuar sobre elas, maior vai ser o desvio sofrido. Isso quer dizer que as partículas serão tanto mais desviadas quanto menor for sua velocidade, porque mais tempo levarão para atravessar a região do campo. E, as partículas positivas serão desviadas no sentido do campo elétrico e as negativas no sentido contrário ao do campo elétrico.

Agora vamos supor que o mesmo feixe de partículas (de carga  $q$  e velocidade  $\mathbf{v}$ ) atravesse uma região onde exista um campo magnético constante e perpendicular à sua trajetória. Quando o feixe penetra nessa região de campo, as partículas vão ficar sujeitas a uma força magnética,  $\mathbf{F}_m$ , proporcional à velocidade:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{B}$  é a intensidade de campo magnético. Note que a força que atua sobre a partícula é tanto maior quanto maior for a sua velocidade. Neste caso a partícula mais rápida pode sofrer um desvio maior que uma mais lenta, idêntica.

Um filtro de velocidades é composto por um campo elétrico e um campo magnético, ambos constantes, superpostos e perpendiculares entre si. Esses campos são previstos para funcionarem de tal forma que desviem as partículas carregadas que passam através deles, de acordo com sua velocidade. Veja na **figura 4.1** um esquema de um filtro desse tipo, (também chamado filtro de campo cruzado), atuando sobre um feixe de partículas carregadas.



**Figura 4.1: Feixe de partículas carregadas passando através de um filtro de velocidades do tipo campo cruzado.**

No esquema da **figura 4.1** estão indicadas as trajetórias correspondentes a um feixe de partículas negativas. Cada partícula vai sofrer uma força elétrica e uma força magnética durante o tempo que ela leva para atravessar a região onde estão os campos elétrico e magnético cruzados. As direções dos campos são tais que tanto a força magnética quanto a força elétrica são na mesma direção perpendicular à velocidade das partículas, só que uma é num sentido e a outra no sentido oposto. Isso pode ser verificado facilmente através das **equações 4.1** e **4.2**.

As forças que atuam em cada partícula carregada, no interior do filtro de velocidades, são:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (4.3)$$

sendo que:

$$\vec{B} = -B_y \vec{j} \quad \vec{E} = E_z \vec{k} \quad v_0 = v_{0x} \vec{i} \quad (4.4)$$

onde **i**, **j**, **k** são os versores nas direções **x**, **y** e **z**, respectivamente e **q** é a carga da partícula.

Em um instante qualquer, a velocidade de uma partícula carregada do feixe será:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad (4.5)$$

e a força eletromagnética que atua sobre cada uma delas é  $\vec{F}$ :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = q(E_z \vec{k} - v_x B_y \vec{k} + v_z B_y \vec{i}) \quad (4.6)$$

$$\vec{F} = q[(E_z - v_x B_y) \vec{k} + v_z B_y \vec{i}] \quad (4.7)$$

Com as equações acima se pode chegar às equações do movimento, que são:

$$m \left( \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = q \left[ E_z - \left( \frac{dx}{dt} \right) B_y \right] \quad (4.8)$$

$$m \left( \frac{d^2 x}{dt^2} \right) = q \left( \frac{dz}{dt} \right) B_y \quad (4.9)$$

onde  $d^2x/dt^2$  e  $d^2z/dt^2$  são as acelerações nas direções  $x$  e  $z$ , respectivamente. As equações acima são equações diferenciais que, com as condições de contorno experimentais, podem ser resolvidas e resultam nas equações que regem o movimento das partículas do feixe dentro do filtro de velocidades:

$$z = \left( \frac{C}{\omega} \right) \{1 - \cos(\omega t)\} \quad (4.10)$$

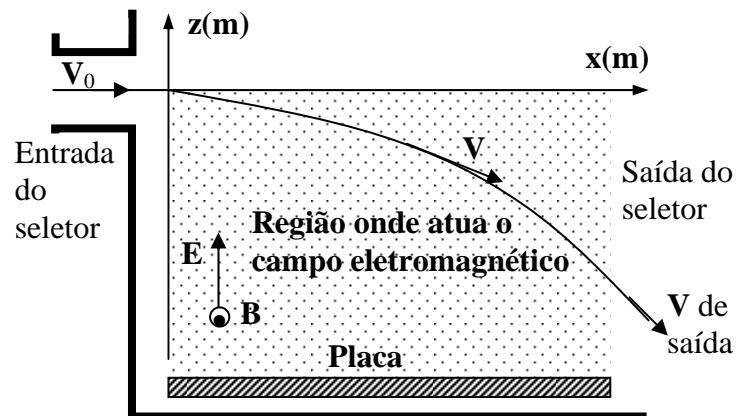
$$x = \left( \frac{E_z}{B_y} \right) t + \left( \frac{C}{\omega} \right) \text{sen}(\omega t) \quad (4.11)$$

onde:

$$\omega = \frac{eB_y}{m} \quad \text{e} \quad C = v_0 - \frac{E_z}{B_y} \quad (4.12)$$

**IMPORTANTE:** veja que o movimento não sofre alteração na direção  $y$ , resumindo-se a um plano, o plano  $xz$ .

Na **figura 4.2**, a seguir, observa-se uma trajetória possível de uma partícula carregada dentro do filtro de velocidades.



**Figura 4.2:** Trajetória do elétron dentro do filtro de velocidades.

Analisando as equações do movimento do elétron, vemos que ele não sofre desvio se:

$$z = \left( \frac{C}{\omega} \right) \{1 - \cos(\omega t)\} = 0 \quad (4.13)$$

essa condição é satisfeita para qualquer  $t$ , quando:

$$C = v_{0x} - \left( \frac{E_z}{B_y} \right) = 0 \quad \text{ou seja} \quad \left( \frac{E_z}{B_y} \right) = v_{0x} \quad (4.14)$$

A **equação 4.14**, acima, permite afirmar que, se ajustarmos as intensidades dos campos de maneira que  $(E_z/B_y) = v_{0x}$ , a partícula com essa velocidade não sofre alteração no seu movimento:

$$x(t) = v_{0x} t \quad (4.15)$$

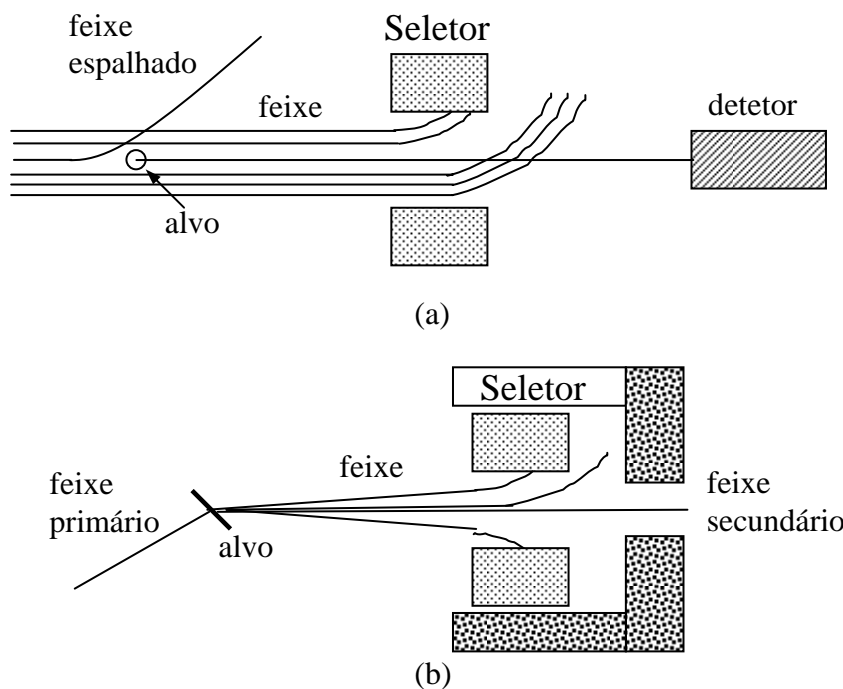
todas as outras partículas cujas velocidades forem diferentes de  $v_{0x}$ , serão desviadas de sua trajetória inicial. Se vão ser desviadas para uma direção ou para a oposta vai depender do valor de sua velocidade. Se:

$$v_{0x} > \frac{E_z}{B_y} \quad \text{vamos ter } C > 0 \quad \text{e, portanto } z(t) > 0 \quad (4.16)$$

Se:

$$v_{0x} < \frac{E_z}{B_y} \quad \text{vamos ter } C < 0 \quad \text{e, portanto } z(t) < 0 \quad (4.17)$$

Desta maneira funciona o filtro de velocidades. As intensidades dos campos elétrico e magnético são ajustadas para se selecionar as partículas pela sua velocidade. Por exemplo, pode-se fazer com que as partículas com uma velocidade bem definida cheguem ao detector e todas as demais sejam desviadas, de modo que não cheguem ao detector. Ou, que partículas cujas velocidades variem dentro de um intervalo definido, possam chegar a um detector sensível à posição e todas as demais, não. Esses dois exemplos estão ilustrados na **figura 4.3** a seguir.



**Figura 4.3: Exemplos de aplicação de um filtro de velocidades.**

- (a) separação de produtos de reação**
- (b) obtenção de feixes secundários**

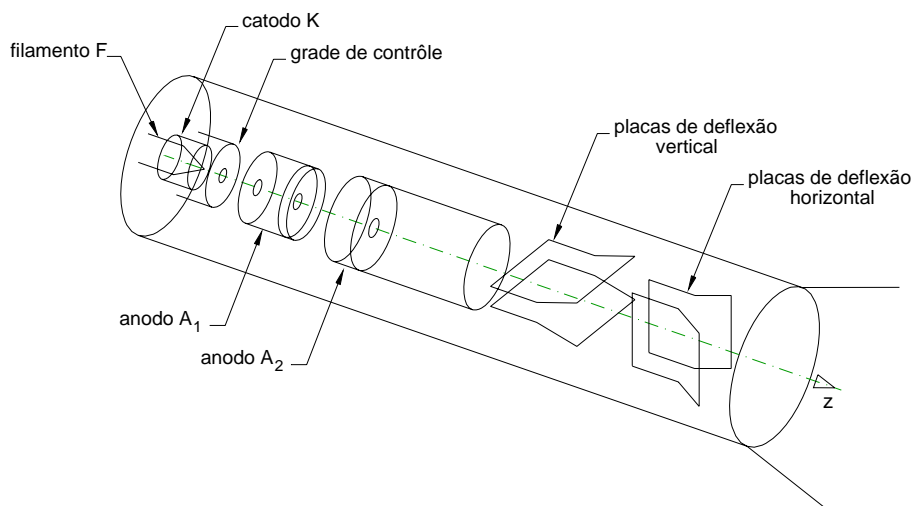
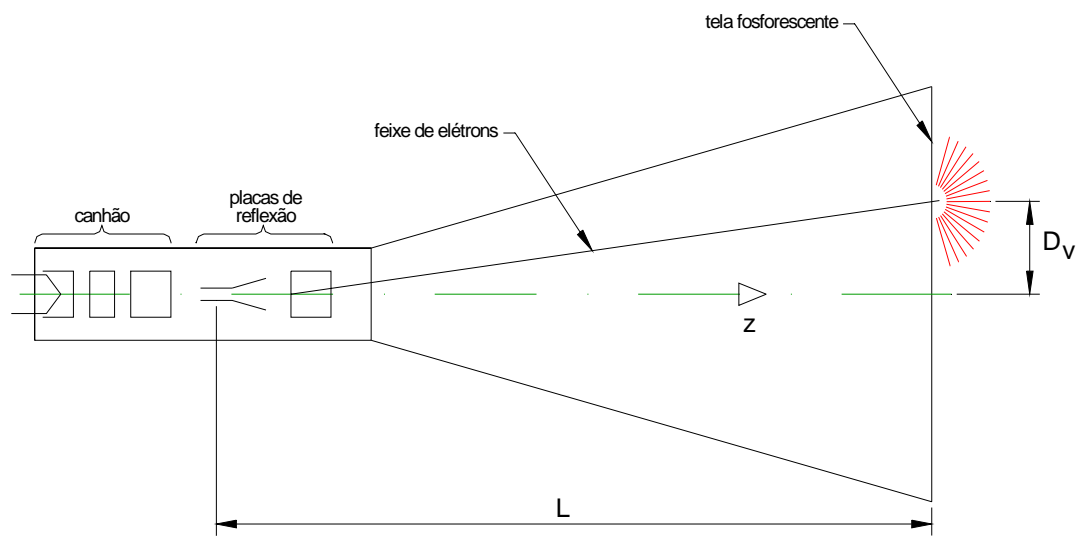
As aplicações práticas desse tipo de instrumento são várias, em particular, ele é muito utilizado em física nuclear experimental, tanto para a separação de partículas provenientes de reações nucleares, quanto para a produção de feixes secundários.

Na experiência que vamos realizar, o feixe é um feixe de elétrons gerado e acelerado dentro de um tubo de raios catódicos. O tubo de raios catódicos (**TRC**) é o nome que se dá ao dispositivo que gera e acelera um (ou mais) feixe de elétrons e que é



responsável pela produção da imagem nos aparelhos de TV e nos monitores convencionais.

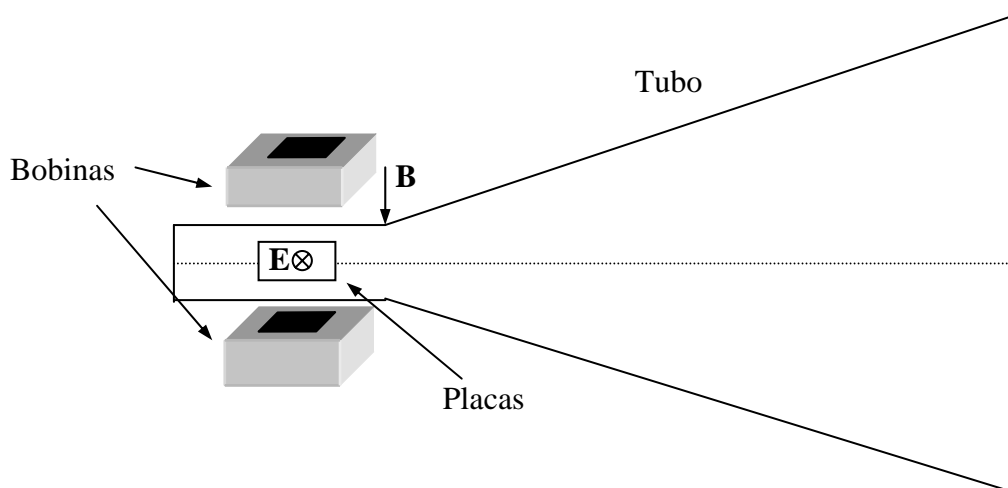
Esse tubo consiste de um filamento que, ao ser aquecido, libera elétrons que são, em seguida, acelerados. O processo que ocorre no filamento é a emissão termiônica. Na verdade, existem dois dispositivos aceleradores, o **anodo 1** e o **anodo 2**, que aceleram os elétrons em direção a uma tela fosforescente, gerando aí um ponto luminoso. O sistema de geração e aceleração do feixe de elétrons recebe o nome de canhão de elétrons. Todo esse sistema encontra-se dentro de um tubo de vidro selado, em baixa pressão. Veja o desenho esquemático na **figura 4.4** a seguir.



**Figura 4.4: Desenho esquemático do tubo de raios catódicos.**

Os anodos também desempenham a função de lente eletrostática. O princípio de funcionamento da lente eletrostática não vai ser discutido aqui. Dentro do tubo existe, também, um par (na verdade são dois pares, mas só vamos utilizar um) de placas que permite a instalação de um campo elétrico perpendicular à trajetória do feixe. Essas placas, que são chamadas de placas defletoras, não têm a geometria ideal porque esse tubo foi projetado para ser um osciloscópio e não um seletor de velocidades. Entretanto, mesmo com essa geometria (vista na **figura 4.4**), pode-se estudar o funcionamento de um seletor de velocidades.

O campo magnético cruzado vai ser aplicado externamente ao tubo, na região das placas defletoras. Vamos usar duas bobinas colocadas como se pode observar na **figura 4.5** a seguir.



**Figura 4.5: Seletor de velocidades.**

Como o seletor de velocidades não é ideal, o que vamos fazer antes de medir é verificar, através de simulação e de previsão analítica, como funciona o filtro de velocidades real que foi colocado na bancada. Ou seja, construir um modelo analítico do instrumento que permita a previsão do seu comportamento com o feixe de partículas que se vai utilizar, que, no caso, são elétrons. Também é necessário verificar se precisam ser feitas aproximações e, como fazê-las, para prever que corrente deve ser aplicada nas bobinas e que diferença de potencial nas placas, para ter os campos

magnético e elétrico cruzados que permitam a passagem sem desvio dos elétrons de velocidade  $\mathbf{V}_x$ , desviando todos os outros.

Além disso, vamos também simular os campos (magnético e elétrico) gerados experimentalmente e a trajetória dos elétrons ao passar pelo campo elétrico.

## **Procedimento para prever e medir o campo magnético do filtro de velocidades.**

Vamos começar pelo campo magnético. O campo magnético ideal deveria ser constante, perpendicular ao campo elétrico e à trajetória das partículas e agir somente onde existir campo elétrico. A realidade do laboratório é um pouco diferente. Para ter um campo que aja somente na região das placas defletoras, vamos usar duas bobinas que serão colocadas, coaxialmente, externas ao tubo, mas de maneira que as linhas de campo que as unem passem pelas placas.

A primeira providência, então, é verificar se os campos magnéticos gerados por essas bobinas se somam. A segunda é se esse campo resultante é constante na região que as placas defletoras ocupariam, entre as bobinas. E qual o seu valor. Para tanto, precisamos mapear o campo entre as bobinas. A distância entre as bobinas deve ser a mesma que vai ser usada quando forem colocadas de cada lado do tubo de raios catódicos. A terceira providência é verificar se a região onde existe campo magnético é igual, em dimensão, à região onde existe campo elétrico. E se não for, se isso precisa ser levado em conta e de que maneira.

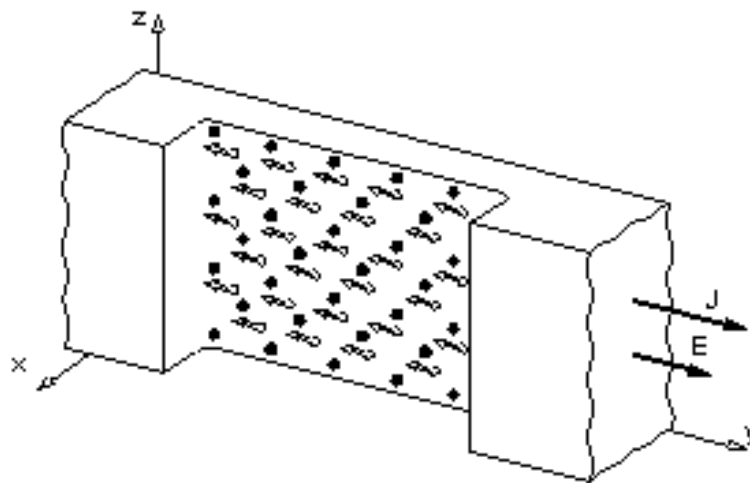
Para tornar a experiência mais interessante, há campos magnéticos espúrios, que são todos aqueles que não são devidos às bobinas. Temos que verificar sua direção, sentido e intensidade para levá-los em conta no nosso modelo ou desprezá-los, se for o caso. Esses campos existem e não podem ser “desligados”, portanto, o feixe de elétrons estará sujeito a eles. Os campos espúrios devidos aos fios de ligação podem ser evitados mantendo, na medida do possível, esses fios juntos e enrolados (os campos magnéticos de cada um praticamente se anulam). Há também campos espúrios devidos a ímãs permanentes e fontes de alimentação ligadas, assim como a contribuição dos campos das bobinas vizinhas, além do campo magnético terrestre no local.

O campo magnético terrestre, no local da experiência, não é igual ao campo terrestre em São Paulo, cujo valor é tabelado, porque os materiais ferrosos existentes no concreto das paredes do prédio, nos móveis e instrumentos modificam o valor e, até mesmo, a direção do campo terrestre na sala experimental. Então, vamos

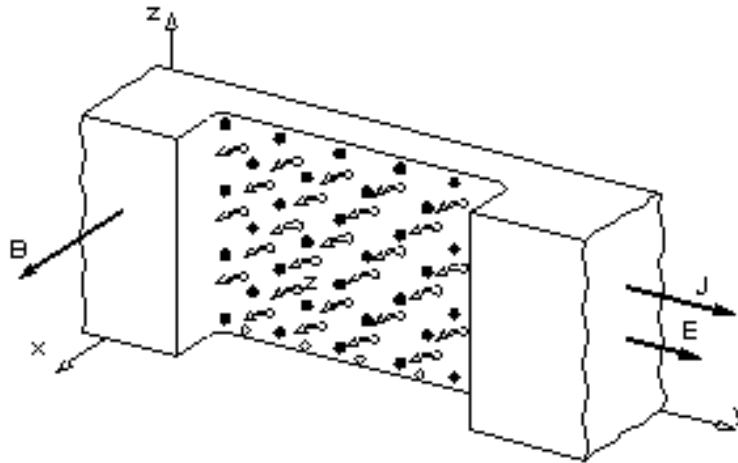
chamar esse campo de **campo magnético local**,  $B_L$ . Para se conhecer a direção do campo local, utilize uma bússola. Em seguida, meça a intensidade de campo magnético nessa direção. Na verdade o campo magnético local é a resultante do campo terrestre mais os campos espúrios, no local da experiência, e, se não puder ser desprezado, deve ser levado em conta nos resultados finais.

Nesta experiência vamos mapear o campo magnético estático entre as bobinas utilizando um gaussímetro baseado no efeito Hall.

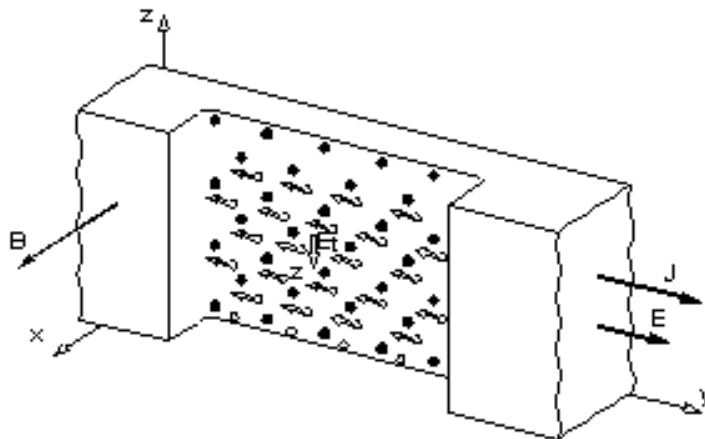
Quando uma corrente percorre um condutor, na presença de um campo magnético, uma força  $F_m = qv \times B$  age diretamente sobre os portadores de carga em movimento. Para ver como isso se dá vamos observar as **figuras 4.6**.



**Figura 4.6a:** Uma corrente percorre a seção de uma barra metálica. Elétrons de condução são representados por bolinhas cheias e íons positivos da rede cristalina, por bolinhas vazias. As setas indicam a velocidade média dos elétrons.



**Figura 4.6b: Um campo magnético é aplicado na direção X produzindo inicialmente uma deflexão para baixo na trajetória dos elétrons em movimento.**



**Figura 4.6c: A distribuição de cargas, modificada, dá origem a um campo elétrico transversal  $\mathbf{E}_T$ . Nesse campo, os íons positivos estacionários ficam sujeitos a uma força para baixo.**

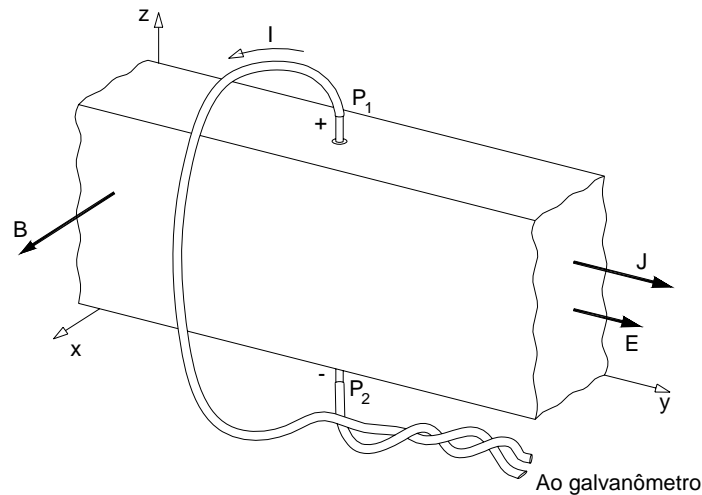
Na barra da figura acima,  $\mathbf{J}$  é a densidade de corrente, e, está relacionada ao campo elétrico  $\mathbf{E}$  pela condutividade  $\sigma$  do metal, (lei de Ohm):

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (4.16)$$

Não há campo magnético na barra da **figura 4.6a**, exceto o da própria corrente, que vamos ignorar. Ao se estabelecer um campo magnético  $\mathbf{B}$ , perpendicular à corrente elétrica, devido à força magnética os elétrons serão desviados para baixo, como está indicado na **figura 4.6b**. Entretanto os elétrons não podem escapar pelo fundo da barra, então, simplesmente se acumulam aí, até que o excesso de cargas negativas na região inferior da barra e o correspondente excesso de cargas positivas no alto, criem um campo elétrico transversal,  $\mathbf{E}_t$ . Esse movimento transversal de cargas cessa no instante em que o campo elétrico  $\mathbf{E}_t$ , (que atua nos elétrons com uma força para cima), atinge um valor tal que a força elétrica sobre cada carga, igual a  $\mathbf{F}_e = e\mathbf{E}_t$ , anula exatamente a força magnética para baixo,  $\mathbf{F}_m = ev\mathbf{B}$ .

No estado estacionário, que é atingido muito rapidamente, o movimento médio é novamente transversal, somente que agora existe no interior do metal um campo elétrico transversal  $\mathbf{E}_t$ , como se vê na **figura 4.6c**. Se ligarmos dois eletrodos aos pontos  $\mathbf{P}_1$  e  $\mathbf{P}_2$  da barra, como indicado na **figura 4.7**, sem campo magnético e com a corrente circulando, esses pontos devem estar no mesmo potencial. Quando o campo magnético é aplicado perpendicularmente à corrente e o regime se torna estacionário, vai aparecer uma diferença de potencial entre  $\mathbf{P}_1$  e  $\mathbf{P}_2$ , que é conhecida como diferença de potencial Hall.





**Figura 4.7: Efeito Hall. Quando o campo magnético  $B$  é aplicado, uma diferença de potencial é observada entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , que, na ausência do campo magnético indicado, não existiria. Essa diferença de potencial indica a existência de um campo elétrico transversal  $E_{\perp}$  dentro da barra. Essa diferença de potencial é a chamada diferença de potencial Hall.**

O sensor Hall, que vamos utilizar para o mapeamento de campos magnéticos estáticos, mede esses campos através da diferença de potencial Hall que eles produzem. Mais informações sobre o funcionamento de sensores Hall podem ser encontradas no manual do sensor que vai ser utilizado.

Se as intensidades de campo magnético verificadas com o sensor Hall no espaço compreendido entre as duas bobinas, sem corrente, forem suficientemente pequenas, quando comparadas às intensidades do campo gerado pelas duas bobinas com corrente, esses efeitos (que correspondem ao campo magnético local) podem ser incluídos no erro experimental. Caso contrário, as providências necessárias devem ser tomadas. No caso dos campos provenientes dos aparelhos, talvez se possa minimizar sua intensidade, alterando a posição dos mesmos em relação à bobina. No caso do campo terrestre local seu valor talvez precise ser levado em conta, quando fizer as medidas, sem esquecer que campo tem direção e sentido, assim, a orientação da bobina em relação ao campo magnético local pode ser importante.

As medidas do campo local serão realizadas através do sensor Hall ligado à interface, controlada pelo programa **DataStudio**. O sensor Hall permite a medida de campo axial ou transversal, no próprio sensor há uma chave que seleciona um tipo de medida ou outro (radial ou axial). E o sensor Hall também permite “zerar” o campo espúrio com o botão **tare**.

Abrir o programa **DataStudio** da mesma maneira com foi feito para as outras experiências, somente que agora deve-se ligar no canal **A** o **magnetic field sensor**. Esse sensor permite selecionar a sensibilidade (**×1**, **×10**, ou **×100**) através de uma chave no sensor. Uma vez feita a escolha, é necessário informar ao programa qual a sensibilidade escolhida. Isso é feito através da janela que se abre quando se “clica” sobre o ícone do **magnetic field sensor**. Veja a intensidade do campo no local e se a sensibilidade está boa, enfim, faça todos os testes necessários, observando o gráfico de campo magnético contra o tempo, é mais prático e mais rápido. Quando estiver pronto para medir o campo como função da posição, “clique” em:

**set sampling options** – e selecione a opção que permite fornecer dados via teclado. Aparece o ícone correspondente à variável **keyboard**. Clique em **keyboard** para abrir uma janela, onde pode ser dado o nome da grandeza que é a ordenada no seu gráfico e suas unidades. No caso, a grandeza é a posição e a unidade centímetro ou milímetro, e, o ícone correspondente, à esquerda da sua tela deve ser “arrastado” para a abscissa do gráfico.

**start** - quando essa função for acionada, vai aparecer um ponto que corresponde à posição do sensor Hall. Esse ponto move-se na tela do gráfico em correspondência à movimentação do sensor.

Assim que tiver o sensor Hall num ponto em que deseja saber e guardar (adquirir) o valor do campo magnético, clique em **keep**. Nesse momento abre-se uma janela para a entrada do valor da grandeza **posição**. Coloque o valor, que é a coordenada do sensor Hall.

Movimentando o sensor Hall, com a fonte ligada e com tensão, mas o circuito das bobinas em aberto, verifique a intensidade dos campos, (aqueles não gerados pela corrente nas bobinas), na região interna às duas bobinas e na região externa próxima a elas (olhando a movimentação do ponto, no gráfico **B** × **posição**).

Uma vez verificado o campo magnético local, ligue as duas bobinas a uma fonte de tensão, oriente as bobinas convenientemente e utilize o sensor Hall para mapear o campo magnético entre elas. Para facilitar as medidas, existe um suporte para o sensor Hall que permite fazer a varredura da região entre as bobinas de maneira mais precisa, porque esse dispositivo dispõe de escalas para controlar a movimentação do sensor Hall, nas direções **x**, **y** e **z**.

Com as bobinas com corrente (sugerimos **300 a 500mA**) e com seu eixo de simetria orientado na direção mais conveniente (em relação ao campo magnético local), pode-se iniciar as medidas. Se a direção do feixe é a do eixo **x**, sugerimos que se meça o campo magnético ao longo desse eixo, de **1** em **1cm**, começando e terminando uns **2 cm** para “fora” das bobinas. Depois, meça ao longo do eixo **y**, que passa pelo centro das bobinas até a face de cada uma. E, para terminar, meça ao longo do eixo **z**, no ponto correspondente ao centro das placas defletoras. Ao longo dos eixos **x** e **z** os campos devem ser medidos (de **1** em **1 cm**) até seu valor chegar a **5%** do valor máximo. Verifique, ao fazer as medidas, que a corrente nas bobinas está estabilizada.

Guardar tanto os gráficos, quanto as tabelas correspondentes aos campos magnéticos medidos (ao longo do caminho do feixe e ao longo do eixo da bobina).

Uma vez conhecida a ordem de grandeza do campo magnético a que estará sujeito o feixe de elétrons no interior das bobinas, pode-se verificar se é possível desprezar o campo magnético local (espúrio) ou se ele deve ser levado em conta.

## Modelo proposto para o comportamento do feixe de partículas carregadas ao atravessar o campo magnético das bobinas.

Tendo verificado o valor e a homogeneidade do campo magnético entre as bobinas, vamos tentar construir um modelo para esse campo. Se o campo não é homogêneo temos que calcular uma média, antes de fazer a parametrização. Medimos o campo magnético ao longo dos eixos **x**, **y** e **z**, mas só vai ser necessário se preocupar com o campo ao longo de um desses eixos. Você saberia dizer qual deles e porque?

Em seguida, vamos tentar parametrizá-lo em termos do parâmetro sobre o qual temos controle, que é a corrente nas bobinas. Ou seja, vamos escrever o campo magnético como uma função da corrente:

$$\langle B \rangle = f(i) \quad (4.17)$$

em geral a primeira função testada é a mais simples, a linear, se ela não funcionar, sofisticamos o modelo. Então, escrevemos o campo magnético como sendo:

$$\langle B \rangle = \beta i \quad (4.18)$$

$\beta$  pode ser uma constante ou uma função da corrente, isso precisa ser verificado experimentalmente. Para tanto, repetimos o procedimento de medida com o sensor Hall, descrito acima para vários valores da corrente, começando por **100mA** e indo até **700** ou **800mA**, em passos de **100mA**. Um dos valores medidos deve ser o valor de **500mA** que é o valor que foi usado para fazer a parametrização. Esse ponto deve ser repetido para ter certeza de que nenhum outro parâmetro mudou, além da corrente. Faça um gráfico do campo magnético médio **B** em função da corrente e descubra como  $\beta$  se comporta. Faça um gráfico de  $\beta$  em função da corrente. Qual sua conclusão?

Como próximo passo, é necessário fazer uma previsão de qual vai ser o desvio sofrido pelo feixe de elétrons, medido na tela do tubo de raios catódicos, ao passar por esse campo, em termos da dimensão da região onde o campo atua, da corrente nas bobinas, da distância da borda desse campo à tela do tubo e da energia do feixe de elétrons.

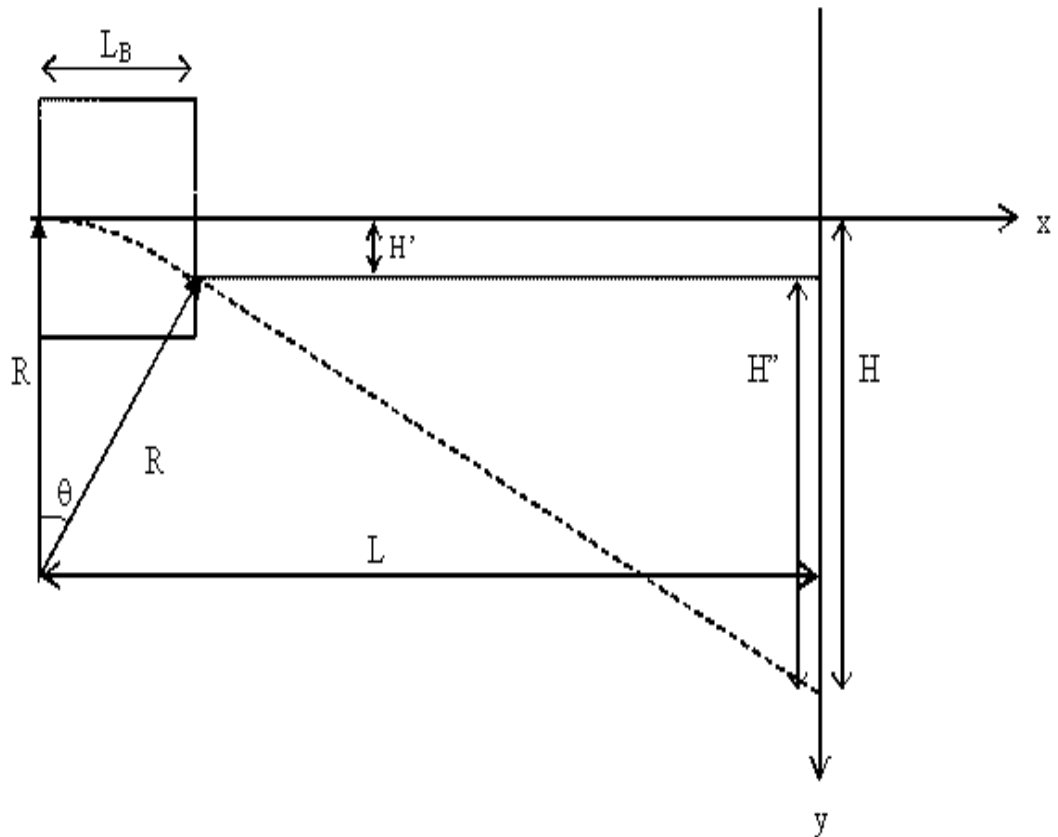
Dessa maneira, poderemos saber que corrente vamos precisar, nas bobinas, para defletir de **(N)cm** um feixe de energia **(X)eV**. Para esse cálculo, além dos parâmetros já citados, basta escrever as equações do movimento dos elétrons ao passar por esse campo e ao sair dele até atingir a tela do tubo de raios catódicos. Dessa maneira, teremos a deflexão do feixe, no plano da tela, escrita como uma função da tensão aceleradora do feixe, da dimensão da região onde atua o campo magnético, da distância da borda dessa região à tela do tubo, das correntes nas bobinas, do  $\beta$  obtido.

$$\vec{F} = e\vec{v}_x \times \vec{B} \quad \text{e} \quad F = \frac{m_e v_x^2}{R} \quad (18)$$

$$B = \frac{m_e v_x^2}{eR} \quad (19)$$

precisamos achar **R**:

na  
figura:



$$\text{sen } \theta = \frac{L_{\text{Beff}}}{R} \quad \text{e} \quad \text{cos } \theta = \frac{R - H'}{R} \quad (20)$$

$L_{\text{Beff}}$  é o comprimento efetivo do campo magnético.

fazendo  $\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$  e substituindo:

$$\frac{L_{\text{Beff}}^2}{R^2} + \frac{(R - H')^2}{R^2} = 1 \quad (21)$$

$$\frac{L_{\text{Beff}}^2}{R^2} + \frac{R^2}{R^2} - \frac{2RH'}{R^2} + \frac{H'^2}{R^2} = 1 \quad \text{que fica} \quad (22)$$

$$H'^2 - 2RH' + L_{Beff}^2 = 0 \quad \text{ou} \quad R = \frac{(L_{Beff}^2 + H'^2)}{2H'} \quad (23)$$

No desenho, como  $\mathbf{R}$  é grande, podemos aproximar o arco de círculo por uma reta e usar semelhança de triângulos de bases  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{H}'$ :

$$\frac{H'}{L_{Beff}} = \frac{H}{L} \quad \text{ou} \quad H' = \frac{HL_{Beff}}{L} \quad (24)$$

portanto  $\mathbf{R}$  fica:

$$R = \frac{\left[ L_{Beff}^2 + \left( \frac{H^2 L_{Beff}^2}{L^2} \right) \right]}{\frac{2HL_{Beff}}{L}} = \frac{(L^2 L_{Beff}^2 + H^2 L_{Beff}^2)}{2HL_{Beff} L}$$

$$R = \frac{\left[ L_{eff}^2 + \frac{H^2 L_{eff}^2}{L^2} \right]}{\frac{2HL_{eff}}{L}} = \frac{L^2 L_{eff}^2 + H^2 L_{eff}^2}{2HL_{eff} L} \quad (25)$$

$\mathbf{H/L}$  é um número pequeno, (veja o desenho), portanto  $\mathbf{H^2/L^2}$  é tão pequeno que pode ser desprezado. Como posso escrever  $\mathbf{R}$  como sendo:

$$R = \frac{\left( 1 + \frac{H^2}{L^2} \right)}{\frac{2H}{LL_{Beff}}} \approx \frac{LL_{Beff}}{2H} \quad (26)$$

portanto,  $\mathbf{B}$  fica:

$$B = \frac{2m_e v_x}{eLL_{Beff}} H \quad (27)$$

Então o campo magnético  $\mathbf{B}$  é diretamente proporcional ao deslocamento  $\mathbf{H}$ . Precisamos ter certeza de que o campo real  $\mathbf{B}_{real}$  continua sendo diretamente proporcional ao deslocamento.

Em seguida, temos que saber se o campo magnético  $\mathbf{B}_{real}$  é diretamente proporcional à corrente nas bobinas  $\mathbf{i}$  porque esse campo não é ideal.

Para checar isso podemos medir  $\mathbf{B}$  para vários valores de corrente, calcular o campo médio,  $\langle \mathbf{B} \rangle$ , e ver se ele é diretamente proporcional à corrente. Também se pode medir  $\mathbf{B}$  para um valor de corrente, simular  $\mathbf{B}$  para esse valor de corrente, ver se a curva simulada de  $\mathbf{B}$  se ajusta aos dados experimentais e, em seguida, simular  $\mathbf{B}$  para vários valores de corrente. Em seguida integra  $\mathbf{B}$  e divide pelo intervalo em que ele tem valor significativo para ter o  $\langle \mathbf{B} \rangle$ .

Há um teste para saber quão bem os modelos que fizemos se ajustam aos dados experimentais, na situação em que o seletor de velocidades está funcionando:

$$v_x = \frac{\langle E \rangle}{\langle B \rangle} = \left( \frac{m_e v_x^2 H}{eL_P L_T} \right) \times \left( \frac{eLL_{Beff}}{2m_e v_x H} \right) \quad (28)$$

que se reduz a:



$$\frac{\langle E \rangle}{\langle B \rangle} = v_x \left( \frac{LL_{Beff}}{2L_P L_T} \right) \quad (29)$$

Ou seja, se o modelo está funcionando bem, o fator  $(LL_{Beff}/2L_P L_T)$  deve ser praticamente igual a **1**. Porque ele é **1** para campos ideais, sem efeitos de borda. Então, é para calcular o valor desse fator e comentar.

Agora podemos juntar tudo e ver se  $\langle B \rangle$  é diretamente proporcional a **H** e  $\langle E \rangle$  é diretamente proporcional a **h**. Se isso se confirma podemos escrever:

$$\langle E \rangle = aV_P \quad (30)$$

$$\langle B \rangle = bi \quad (31)$$

$$v_x = \frac{\langle E \rangle}{\langle B \rangle} = \left( \frac{a}{b} \right) \frac{V_P}{i} \quad (32)$$

$(a/b)$  vamos chamar de  $\alpha$ .

Agora temos todos os parâmetros necessários para calibrar o seletor de velocidades. Vamos montar o tubo de raios catódicos juntamente com as bobinas em série e na posição correta e colocamos uma alta tensão aceleradora, **Uac**, e focalizamos o feixe no centro da tela. A seguir, vamos colocar tensão nas placas defletoras, **Vp**, o suficiente para deslocar o feixe **1cm** para cima (ou para baixo). Em seguida vamos subindo a corrente nas bobinas até o feixe voltar à posição original no centro da tela. E anotamos:

$U_{ac}$	$v_x$	$H(cm)$	$V_p$	$i$	$V_p/i$	$\alpha$	$v_{x1}=(2q_e U_{ac1}/m_e)^{1/2}$
$U_1$	$V_{x1}$	1	$V_1$	$i_1$			
"	"	2	$V_2$	$i_2$			
"	"	3	$V_3$	$i_3$			
"	"	4	$V_4$	$i_4$			
$U_2$	$V_{0x2}$	1	$V_1$	$i_1$			
"	"	2	$V_2$	$i_2$			
"	"	3	$V_3$	$i_3$			
"	"	4	$V_4$	$i_4$			

Vamos repetir essas medidas para **5** valores de velocidades (**5** valores da tensão aceleradora  $U_{ac}$ ). E fazemos o gráfico de  $v_x \times V_p/i$ , cujo coeficiente angular deve ser  $\alpha$ . Compare os valores de  $\alpha$  com os do resto da classe.

Além disso, o campo magnético também pode ser simulado com o programa **QuickField**, só que nesse caso, escolher a opção **magnetostatics**, em vez de **eleostatics** e **axial symetric**. Vai, também, ser necessários parâmetros, como a permeabilidade magnética do ar e do cobre e a densidade de corrente nas bobinas. Para calcular a densidade de corrente nas bobinas vamos assumir que sua seção reta é retangular e isso é verdade com boa aproximação. Pelas medidas interna e externa dos enrolamentos, (use sua criatividade para fazer essas medidas com a melhor precisão possível), pode-se calcular a área da seção reta. **A densidade de corrente é a corrente multiplicada pelo número de espiras e dividida pela área da seção reta da bobina.** É importante, para a simulação que a escala da montagem experimental seja mantida. Estime o erro associado. Está marcado em cada bobina o número de espiras.

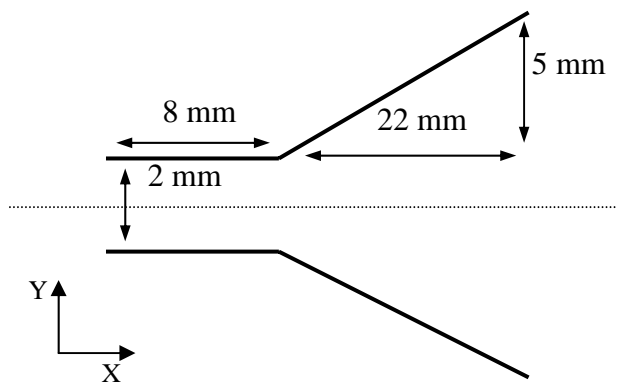
Faça um gráfico da intensidade de campo magnético simulado ao longo do eixo das bobinas e ao longo do eixo perpendicular a esse que passa pelo ponto médio entre elas. Compare com os valores experimentais correspondentes. Superponha os gráficos correspondentes para facilitar a comparação. Coloque as barras de erro experimentais no gráfico. Quais são suas conclusões?

## Procedimento para prever e simular o campo elétrico do filtro de velocidades

O passo seguinte é o estudo do campo elétrico real do filtro de velocidades. Esse campo, na dedução feita na introdução teórica, é o campo de um capacitor de placas paralelas, infinito. O capacitor que temos à disposição, nem é infinito, nem tem placas paralelas. Então, precisamos verificar se a aproximação desse campo por um campo de um capacitor infinito de placas paralelas é uma aproximação razoável dentro dos limites experimentais desta experiência.

Com o programa de simulação de campos elétricos e magnéticos **Quick Field**, vamos realizar uma simulação de um capacitor exatamente igual às placas defletoras que existem dentro do tubo de raios catódicos. Com a simulação, se obtém as linhas de campo e as equipotenciais, tanto dentro como fora do capacitor. Além disso, o programa permite obter os valores tanto do campo, quanto do potencial, em qualquer ponto do plano que contém o capacitor.

Uma vez feita a simulação, procure obter o gráfico do campo em função da distância ao longo do eixo **x**; veja a geometria na **figura 4.7** a seguir.



**Figura 4.7: Geometria e eixos das placas defletoras do tubo de raios catódicos para a realização da simulação.**

Conhecendo os valores do campo elétrico  $\mathbf{E}$ , ao longo do eixo  $\mathbf{x}$ , procure estimar um valor médio para o campo elétrico. Primeiro calcule o valor médio de  $\mathbf{E}$  somente dentro das placas defletoras. Depois calcule levando em conta também os efeitos de borda. Calcule qual é o erro introduzido no valor médio calculado quando se despreza os efeitos de borda, e, baseando-se nesse cálculo resolva se é necessário levar em conta os efeitos de borda nos passos seguintes.

Em seguida, tente obter uma parametrização que relacione o campo médio com o campo de um capacitor ideal, cuja distância

entre as placas seja igual à distância entre as placas na parte em que as placas do capacitor real são paralelas e a diferença de potencial entre as placas seja  $\Delta V$ . De maneira que, ao se aplicar uma diferença de potencial, já se possa prever qual será o deslocamento do feixe de elétrons ao passar pelas placas e qual sua posição ao atingir a tela do tubo de raios catódicos. Verifique se esse tipo de aproximação funciona, simulando a trajetória dos elétrons com o programa **Simion7** e depois fazendo a medida experimental. É importante, para a simulação que a escala da montagem experimental seja mantida.

Todas as medidas internas do tubo de raios catódicos, necessárias, são conhecidas e estarão à disposição na sala de aula. Também se pode saber o valor da tensão aceleradora (necessária para se calcular a energia do feixe de elétrons) e da tensão aplicada nas placas defletoras. Há multímetros para fazer essas medidas.

A seguir, usando a parametrização do campo médio, calcule através de equações de cinemática, qual seria o desvio total sofrido pelo feixe de elétrons, na tela do tubo de raios catódicos, como função do campo elétrico parametrizado das placas defletoras (que é função da diferença de potencial entre as placas e da distância entre elas na parte paralela), da energia dos elétrons, do comprimento das placas e da distância das placas à tela do tubo.

Dada essa montagem, uma tensão aceleradora  $U$  e uma diferença de potencial entre as placas  $\Delta V$ , você dispõe do desvio do feixe, no plano da tela, calculado analiticamente, supondo um modelo para o campo elétrico, e o simulado pelo programa que calcula a trajetória, **Simion7**. Compare as duas previsões.

## Procedimento para o estudo do filtro de velocidades.

Uma vez tendo parametrizado o campo médio e verificado que sua parametrização está correta através do programa de simulação, monte o circuito da **figura 4.5**. Para o tubo de raios catódicos, temos duas fontes de alimentação, uma fonte de alta tensão de **1200V** de fundo de escala, que acelera os elétrons, e uma fonte **DC** de **30V** de fundo de escala, que é responsável pela diferença de potencial entre as placas. O outro conjunto de placas está curto-circuitado e aterrado no ponto de terra da fonte que alimenta o primeiro conjunto de placas. Desse modo se garante que elas estarão numa tensão zero, em relação à tensão da fonte. Há também um controle de intensidade do feixe, que aumenta ou diminui a corrente de filamento, aquecendo-o mais ou menos, e, portanto, liberando mais ou menos elétrons. Se colocar a alta tensão e o ponto luminoso não aparecer na tela do tubo, aumente a corrente de filamento no controle de intensidade.

Para a alimentação das bobinas temos outra fonte **DC** de **30V** de fundo de escala. As bobinas devem ser posicionadas de cada lado do tubo de maneira que seus campos se somem e esse campo resultante esteja centrado com as placas defletoras.

Qual vai ser a tensão aceleradora e qual vai ser a corrente nas bobinas é o experimentador que escolhe. Para uma determinada tensão aceleradora coloque suficiente corrente entre as bobinas para defletir o feixe de **3** ou **4cm**. A seguir se coloca uma tensão nas placas defletoras que faz com que o feixe volte ao ponto onde atingia a tela sem desvio (sem corrente nas bobinas). Nessas condições, sabemos que a força elétrica sofrida pelas partículas do feixe é igual e contrária à força magnética, ou, de acordo com a dedução na introdução teórica, a velocidade de cada partícula, que passa sem desvio, é:

$$v = \frac{\langle E \rangle}{\langle B \rangle} \quad (4.19)$$

tanto  $\langle \mathbf{E} \rangle$  como  $\langle \mathbf{B} \rangle$  podem ser escritos em termos dos parâmetros discutidos acima.

Utilize voltímetro e amperímetro para medida das tensões e corrente. Em geral, não se pode confiar muito nas leituras de corrente e tensão das fontes.

Anote todos os parâmetros relevantes e calcule a velocidade dos elétrons através deles, pela **expressão 4.19**. A seguir calcule a velocidade dos elétrons através da sua energia cinética. Avalie os erros de cada cálculo e compare os dois. Comente e explique a discrepância se houver.

## Programa Quick Field

Inicialmente, vamos fazer uma simulação do capacitor real com as medidas iguais às do capacitor existente no tubo de raios catódicos, com o programa de simulação **QuickField**. Esse programa é identificado no micro pelo ícone **QField**.

O programa **QField** permite construir os eletrodos com a geometria que se deseja e com os potenciais e materiais escolhidos e ele calcula as linhas equipotenciais associadas a essa configuração e as linhas de campo. Ele calcula tanto campos elétricos quanto campos magnéticos.

Esse programa resolve a equação de Laplace na região definida pelo usuário, uma vez tendo as condições de contorno. Essa resolução é feita para um determinado número de pontos, e o usuário tem certo controle sobre esse número. Quanto mais pontos, mais acurada é a solução e maior é o tempo de cálculo. A versão que temos à disposição (gratuita) só permite um máximo de **500** pontos. Existem à venda versões com um número muito maior de pontos. Entretanto, do ponto de vista didático a versão de **500** pontos é bastante razoável.

Para iniciar simulando o capacitor real precisamos construir a geometria. Começar abrindo o programa **QField**, a lista dos comandos é, com boa aproximação, a seguinte:

**File** → **new**

dar um nome, por exemplo: capac.pbm

**Edit**

**problem** → **eletrostatic** → **high precision** → **plane paralel**

**Edit**

**geometry** (dos eletrodos)

**Model**

**Add vertex** (coloca os pontos para iniciar )

(deve-se colocar **4** pontos para fechar a moldura e mais os pontos necessários para desenhar os eletrodos)

**Add edge** (traça as linhas que unem os pontos)



o programa pergunta qual é o ângulo dessas linhas, se for **zero** ele traça uma linha reta e se for **180<sup>o</sup>**, ele traça uma semi-circunferência. Escolha o que precisar. Precisa traçar as linhas que delimitam o espaço em torno dos eletrodos (no caso, o maior possível) e as linhas que definem os eletrodos, que para esta experiência é o capacitor específico do tubo de raios catódicos.

### **Select**

o programa precisa dar nome aos eletrodos para poder associar os potenciais corretamente. Clique em cima de cada eletrodo, ele fica selecionado e clique com o botão da direita. Clique duas vezes e em seguida escolha

### **Label select**

### **Edges**

o programa abre uma janela para dar nome aos eletrodos, dê um nome a um eletrodo e, em seguida, clique no próximo e dê outro nome e assim por diante.

### **Select**

agora é necessário selecionar o meio entre os condutores e o meio dentro dos condutores para dar nome a eles. É o mesmo procedimento descrito para os eletrodos.

### **Label select**

### **Blocks**

dar nomes aos meios.

### **Build Mesh**

esse comando constrói uma rede que vai definir o número de pontos em que o programa resolve a equação de Laplace.

### **Add vertex**

### **Set spacing**

para definir o espaçamento, o ideal é ter o menor espaçamento possível, sem que o número de nós na rede ultrapasse **500** pontos.

### **Build Mesh**

### **In all blocks**

### **Exit**

### **Save**

### **Edit**

### **Data**

Precisa definir os parâmetros de todos os objetos criados inclusive dos **meios** ou **blocks**. Utilize a permissividade elétrica do meio como sendo igual à do vácuo. Coloque em **relative** e igual a

1. Para definir os eletrodos tem que dizer qual a voltagem em cada um deles. Existe também a opção **floating** para as paredes da cuba, por exemplo.

### **Results**

**Solve problem** e dizer que quer ver a solução.

Uma vez pronta a simulação o programa permite a visualização da solução de várias maneiras. Com linhas equipotenciais, linhas de campo, mapa colorido do campo ou do potencial, valores do campo e do potencial ponto a ponto, gráficos do campo e/ou do potencial ao longo de qualquer eixo definido pelo experimentador, etc.

## **Programa Simion7**

Esse programa calcula a trajetória das partículas carregadas que atravessam campos elétricos gerados por eletrodos definidos pelo experimentador. Ele também calcula a trajetória de partículas dentro de campos magnéticos, mas o programa é mais versátil e foi projetado especialmente para o cálculo de campos elétricos. Ele também calcula as linhas de campo e as equipotenciais, mas não oferece as mesmas vantagens que o programa **QField** nessa área.

Para abrir o programa clique no ícone do **Simion7**. Vamos fazer uma breve descrição dos comandos que vai precisar para o cálculo da trajetória de partículas carregadas dentro de um campo elétrico.

### **New**

“clique” em **electrode  
cylinder  
mirror Y**

Aumente o **Max PA size** para **1 000 000**

Coloque **1000x** e **1000y** (clique com o da direita o número diminui e, com o da esquerda, o número aumenta)

**OK**

**Modify** cria a geometria, para criar a geometria:

**Line** aperte a tecla **Control** e vá desenhando com o **mouse**, cada vez que clicar ele fixa o ponto. Uma vez desenhado um eletrodo, clique em seguida, em **no electrode** para torná-lo **electrode** e dê uma identificação para esse eletrodo, por exemplo, **+1**.

**Edge** ele fixa esse eletrodo. A seguir, repita o procedimento para cada um dos outros eletrodos. Quando a geometria estiver pronta:

**Keep**

**Save** precisa dar um nome que deve ser **qualquer.pa#**, em seguida ele pede um **memo** dê o mesmo nome e **accept** se quiser.

**Refine refine fast adjust** o programa vai fazer os cálculos para essa geometria. Esperar até acabar.

**Fast adjust** para fornecer os valores dos potenciais dos eletrodos.

**View normal draw potential auto** e colocar o número de equipotenciais que se deseja que ele desenhe.

Outra possibilidade para **View**: ver as linhas de campo elétrico, para tanto: dê um **reset** para apagar as equipotenciais

**gradient** escolha um valor para **dV**, por exemplo, valor **0,1**

**insert** aparecem as linhas de campo se quiser ver menos ou mais linhas modifique o valor de **dV**.

Além disso, o programa permite ver o potencial em três dimensões:

**Normal PE View** e se vê as curvas de nível do potencial.

Para construir a trajetória de partículas carregadas dentro dessa configuração de campo elétrico:

**Normal**

**Ion Def**

**Use electrons** (ou **prótons**, à escolha) **number of ions** (p.ex.1)

A posição **x** e a posição **y** do início da trajetória das partículas deve ser definida para não passar por fora da configuração de campo de interesse. Volte para o seu desenho e veja os valores das coordenadas **x** e **y** para fornecê-las ao programa. Se quiser um feixe de partículas ao invés de uma só, dê

um intervalo de  $\Delta y$  de **1 mm**, por exemplo, e aumente o número de partículas, para cada uma vai ser desenhada uma trajetória.

O comando "**Where**" dá os valores de **x** e de **y** no cursor.

O comando **Time Marker** coloca marcas de tempo, só precisa definir o intervalo de tempo entre cada marca.